

ANNALES DE L'INSTITUT TECHNIQUE DE BATIMENT ET DES TRAVAUX PUBLICS

JANVIER 1962

Quinzième Année, N° 169

Série : THEORIES ET METHODES DE CALCUL (2)

COMPLÉMENTS A LA METHODE DE CALCUL
DES PONTS A POUTRES MULTIPLES

par M. CH. MASSONNET

Professeur à l'Université de Liège

Série : THÉORIES ET MÉTHODES DE CALCUL (48)

COMPLÉMENTS A LA MÉTHODE DE CALCUL DES PONTS A POUTRES MULTIPLES

par M. CH. MASSONNET,
Professeur à l'Université de Liège

RÉSUMÉ

La présente étude a pour but la généralisation de la méthode de calcul des ponts à poutres multiples inventée par M. Guyon, au cas où la rigidité torsionnelle des éléments du pont ne peut être négligée.

L'auteur résume brièvement la méthode et en rappelle les principes de base. Il présente ensuite les deux paramètres fondamentaux : le paramètre de torsion et le paramètre d'entretoisement; puis il définit le coefficient de répartition transversale des charges par lequel il faut multiplier le moment fléchissant moyen pour obtenir le moment fléchissant existant dans une poutre déterminée. La répartition transversale des charges étant connue, l'étude du pont se poursuit par les méthodes ordinaires de la stabilité des constructions.

La méthode préconisée a donc uniquement pour but la détermination du facteur de répartition transversale. Cette détermination se fait à l'aide de tables détaillées présentées par l'auteur.

Ce dernier rappelle ensuite l'exécution des calculs pratiques : calcul des moments fléchissants dans les entretoises et calcul des moments de torsion dans le pont. Puis il apporte quelques compléments nouveaux qui rendent la théorie applicable aux ponts dont les poutres de rive sont renforcées.

SUMMARY

The present study is intended to generalize the method of calculating multi-beam bridges invented by M. Guyon, to the case where the torsional rigidity of the elements of the bridge cannot be neglected.

The author briefly summarizes the method and recalls its basic principles. He next presents the two fundamental parameters : the torsion parameter and the bracing parameter; he then defines the factor of transverse distribution of loads whereby the mean bending moment has to be multiplied in order to obtain the bending moment existing in a given beam. The transverse distribution of loads being known, the study of the bridge proceeds by the ordinary methods of the stability of structures.

The method advocated is therefore intended solely to determine the factor of transverse distribution. This determination is effected by means of detailed tables presented by the author.

The author thereupon reviews the carrying out of practical calculations : the calculation of bending moments in the stiffening girders and the calculation of the torsional moments in the bridge. He then presents some new data which make the theory applicable to bridges, the end beams of which are stiffened.

PRÉSENTATION

La méthode de calcul des ponts à poutres multiples établie par M. Guyon et généralisée par M. le Professeur Massonnet, a déjà fait l'objet d'une publication en Belgique.

Très demandée par les techniciens français et belges, cette brochure a été rapidement épuisée et un nouveau tirage s'est avéré nécessaire.

M. le Professeur Massonnet a bien voulu autoriser les Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics à la faire paraître à nouveau et nous tenons à les remercier d'avoir ainsi favorisé la diffusion de cette importante étude qui constitue un précieux outil de travail pour les ingénieurs.

Nous sommes également reconnaissants aux Annales des Travaux Publics de Belgique d'avoir bien voulu donner leur accord.

AVANT-PROPOS DE LA PREMIÈRE ÉDITION

Les milieux techniques ont montré ces dernières années un intérêt certain pour la méthode de calcul des ponts à poutres multiples inventée par M. Guyon et généralisée par nous-mêmes pour le cas où la rigidité torsionnelle des éléments du pont ne peut être négligée. Cet intérêt s'est matérialisé par une série de publications étrangères relatives à cette méthode, dont on trouvera la liste à la fin de cet avant-propos.

Une note contenant un bref résumé de la méthode, ainsi que des tables détaillées des coefficients K_0, K_1, K_2, K_3, K_4 , qui sont indispensables pour les applications numériques, a été publiée par nos soins en octobre 1954 dans les Annales des Travaux Publics de Belgique.

Cette publication étant actuellement épuisée, nous avons jugé utile, pour répondre à de nombreuses demandes émanant des milieux techniques, de procéder à sa réimpression. M. R. Fournies, Directeur des A. T. P. B., a bien voulu nous donner son accord sur cette réimpression, ce dont nous le remercions sincèrement ici.

Depuis la parution de cette note, diverses confirmations expérimentales et améliorations théoriques ont été apportées à la méthode de calcul. Nous voudrions les passer brièvement en revue, afin de donner au lecteur une peinture exacte du développement actuel de la théorie.

La méthode de calcul a été comparée avec des essais sur modèles ou des mesures sur ponts réels en Belgique [1], en Grande-Bretagne [2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 13] en Allemagne [5], au Canada [15] et au Japon [16]; elle a toujours été trouvée en accord bon ou très bon avec les mesures expérimentales.

Nous avons, dans notre Note des A. T. P. B. de 1954 qui est réimprimée ci-après, généralisé la théorie pour le cas où les poutres de rive du pont sont plus rigides que les poutres courantes. Dans cette analyse, nous avons supposé que les poutres de rive n'avaient aucune rigidité torsionnelle. La question a été reprise récemment en Grande-Bretagne par Little [8, 13] en tenant compte de cette rigidité torsionnelle. Les calculs exécutés par cet auteur et les essais sur modèles correspondants montrent que notre approximation est largement suffisante quand le rapport des rigidités flexionnelle et torsionnelle de la poutre de rive est supérieur à 5, ce qui est le cas normal.

La théorie a également été étendue aux ponts continus ou, en général, hyperstatiques. Sattler [5] a donné à ce sujet, la règle empirique simple ci-après : remplacer la travée considérée du pont hyperstatique par un pont fictif appuyé aux deux extrémités et présentant la même flèche élastique sous une charge concentrée appliquée au milieu de la travée. Les poutres de ce pont fictif ont une rigidité flexionnelle

$$EI_p > EI_s$$

à l'aide de laquelle on calcule le paramètre d'entretoisement θ du pont continu. Une correction semblable s'applique au paramètre de torsion α . Sattler a montré, par des exemples numériques, que ce procédé donnait de très bons résultats.

Ce même problème a été étudié en Grande-Bretagne par Rowe [11, 12] qui lui a donné une solution rigoureuse pour le cas de grillages sans rigidité torsionnelle en substituant aux sinus les « basic functions » découvertes par Ingalls.

Rappelons que nos tables ont été calculées en admettant que le coefficient de Poisson η était égal à zéro. Or, en réalité, le béton a un coefficient $\eta = 0,15$ environ.

L'effet de la valeur adoptée pour η sur les valeurs des paramètres caractéristiques K et μ , a été étudié par Rowe [9]; cet auteur a montré que les coefficients K_0 , K_1 , μ_0 ne sont pas ou peu affectés par la valeur adoptée pour η mais que, par contre, le coefficient μ , en dépend fortement. Rowe a donné des abaques valables pour η variant de 0 à 2, qui permettent de déterminer $(\mu)_\eta = 0,15$ et a montré que l'on pouvait calculer $(\mu_x)_{0,15}$ par la formule d'interpolation :

$$(\mu_x)_{0,15} = (\mu_x)_{0,15} + [(\mu_x)_{0,15} - \mu_x] \sqrt{\alpha}.$$

Enfin, Little a montré qu'il était avantageux de réaliser une précontrainte transversale excentrique et a étudié [10, 13] la loi de décroissance de cette précontrainte dans une section normale à l'axe du pont, depuis le bord libre

jusqu'à l'axe. Cette décroissance est due au fait que les appuis du pont empêchent ce dernier de prendre la déformation cylindrique que tend à lui donner la précontrainte transversale.

Dans un autre ordre d'idées, signalons que la Cement and Concrete Association a publié en juillet 1956 [14] un opuscule décrivant l'organisation des calculs à exécuter pour calculer un pont à poutres multiples soumis à des charges très lourdes. Dans ces conditions, la méthode approchée consistant à ne conserver que le premier terme du développement de la charge en série de Fourier de sinus n'est pas toujours suffisamment précise. L'opuscule indique comment on peut développer aisément la mise en charge en série de sinus, montre comment disposer les calculs numériques en tableaux, donne les abaques des paramètres K_0 , K_1 , μ_0 et μ pour η variant de 0 à 1,8 et expose enfin deux exemples numériques complets, le premier relatif à un pont à sept poutres et six entretoises, et le second à un pont-dalle.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] CH. MASSONNET, E. DEHAN, J. SEYVERT. — Recherches expérimentales sur les ponts à poutres multiples. *Ann. Trav. Publ. Belgique*, n° 2, 1955.
- [2] P. B. MORICE et G. LITTLE. — Load distribution in prestressed concrete bridge systems. *The Structural Engineer*, pp. 83-111, mars 1954.
- [3] P. B. MORICE et G. LITTLE. — Load tests on a small prestressed concrete highway bridge. *Journ. Inst. Civil Engrs*, 1955.
- [4] G. LITTLE et R. E. ROWE. — Load distribution in multi-webbed bridge structures from tests on plastic models. *Magazine of Concrete Research*, vol. VII, n° 21, pp. 131-142, 1955.
- [5] K. SATTLER. — Betrachtungen zum Berechnungsverfahren von Guyon-Massonnet für freiaufliegende Trägerroste und Erweiterung dieses Verfahrens auf beliebige Systeme. *Der Bauingenieur*, pp. 77-89, 1955.
- [6] G. LITTLE. — The distribution of a load in a box-section bridge from tests on a xylonite model. *Magazine of Concrete Research*, vol. VI, n° 18, pp. 121-132, déc. 1954.
- [7] G. LITTLE et R. E. ROWE. — Load distribution in multi-webbed bridge structures from tests on plastic models. *Magazine of Concrete Research*, vol. VII, n° 21, pp. 133-142, nov. 1955.
- [8] G. LITTLE. — The effect of edge-stiffening beams on bridges. *C. and C. A.* — TRA/221, 1956, 33 + XI pp.
- [9] R. E. ROWE. — An investigation of the load distribution characteristics of prestressed concrete bridge slabs with special reference to the transverse moments. *C. and C. A.* — TRA/182, 1955, 31-IX pp.
- [10] G. LITTLE. — Eccentric transverse prestress in bridges. *C. and C. A.* — TRA/208, 1955, 9 pp.
- [11] R. E. ROWE. — A load distribution theory for no-torsion bridge grillages with various support conditions. *C. and C. A.* TRA/244, février 1957.
- [12] R. E. ROWE. — Load distribution theory for no-torsion bridge grillages with various support conditions. *C. and C. A.* TRA/247, mars 1957.
- [13] G. LITTLE et R. E. ROWE. — The effects of edge — stiffening and eccentric transverse prestress in bridges. *C. and C. A.* TRA/279, novembre 1957.
- [14] P. B. MORICE. — The analysis of rigid bridge decks subjected to abnormal loading, brochure de 13 pages publiée par la Cement and Concrete Association.
- [15] W. D. HOUSTON et W. R. SCHRIEVER. — Load distribution test, Sussex Street bridge. *Proc. World Conf. on prestressed concrete*, San Francisco, septembre 1957, pp. 20-1 à 20-11.
- [16] S. INOMATA. — Tests for load distribution in model prestressed concrete slab bridges. *Proc. World Conf. on prestressed concrete*, San Francisco, septembre 1957, pp. 21-1 à 21-7.

Les références ci-après sont des rapports techniques privés de l'Association britannique pour le ciment et le béton, 52, Grosvenor Gardens, London SW. 1. (*Cement and Concrete Association Technical Reports.*)

INTRODUCTION

Dans un article antérieur paru ici même [2], nous avons fait le point des meilleures méthodes actuellement disponibles pour le calcul des ponts à poutres multiples. Nous avons ensuite présenté sous une forme simplifiée la méthode due à Guyon et montré que cette méthode s'appliquait encore avec précision même si le nombre de poutres et d'entretoises était très réduit. Dans une publication ultérieure [4], la méthode de Guyon a été généralisée de manière à prendre en compte exactement l'effet de la résistance du pont à la torsion.

Depuis ces deux mémoires, la méthode tenant compte de la résistance à la torsion a été appliquée pratiquement au dimensionnement de divers ouvrages en Belgique et en France. D'autre part, la théorie a été confrontée avec des mesures exécutées sur des ouvrages terminés en Belgique et sur des modèles à grande échelle en Grande-Bretagne.

Or, telle qu'elle a été exposée, la méthode de calcul tenant compte de l'effet de la torsion se prête malaisément à l'application pratique, parce que la théorie en a été

donnée dans deux publications différentes et parce que le second mémoire, très condensé, ne contient pas d'applications numériques ni de règles détaillées pour le choix du paramètre α . Enfin et surtout, les lignes d'influence nécessaires n'ont été calculées que pour un très petit nombre de valeurs du paramètre d'entretoisement θ , ce qui oblige l'utilisateur à interpoler entre les ordonnées calculées par le moyen d'interpolations graphiques assez malaisées.

L'intérêt que les praticiens ont porté à la méthode nous a conduit à entreprendre le calcul de tables détaillées et précises de toutes les grandeurs nécessaires.

Le but de la présente note est d'abord de présenter ces tables, après avoir rappelé brièvement les principes de base de la méthode et l'exécution des calculs pratiques.

Ensuite, d'apporter quelques compléments nouveaux qui rendent la théorie applicable aux ponts dont les poutres de rive sont renforcées.

CHAPITRE PREMIER

PRINCIPES FONDAMENTAUX DE LA MÉTHODE EXÉCUTION DES CALCULS PRATIQUES

1. Principes fondamentaux de la méthode.

La méthode de calcul consiste essentiellement :

1° à substituer au pont réel un pont à structure continue, qui a mêmes rigidités moyennes à la flexion et à la torsion que l'ouvrage réel, mais qui est analysable rigoureusement par le calcul différentiel. On a montré (réf. [2], pp. 66-79) que l'erreur commise en effectuant cette substitution était pratiquement négligeable.

2° à analyser de manière approchée l'effet de la répartition transversale des charges en admettant que cette répartition est la même que si la distribution des charges selon l'axe du pont (fig. 1) était sinusoïdale et de la forme :

$$p' = p \sin \frac{\pi x}{l}$$

où p est une constante et l la portée du pont.

Dans les deux mémoires antérieurs déjà cités, on a donné les raisons pour lesquelles cette hypothèse est en bon accord avec la réalité. D'ailleurs, rien n'empêche de pousser les calculs davantage en développant la charge en série de Fourier dans le sens longitudinal. La méthode permet alors de calculer toutes les quantités intervenantes de façon rigoureuse, au prix, il est vrai, d'un supplément de calculs très considérable.

Il est d'ailleurs essentiel de remarquer que l'hypothèse rappelée ci-dessus n'intervient que dans l'étude de la répartition transversale des charges : une fois celle-ci déterminée, les calculs se poursuivent par les règles ordinaires de la stabilité des constructions.

2. Les deux paramètres fondamentaux.

Le pont est constitué (fig. 1) par m poutres espacées de b_1 mètres et par n entretoises espacées de l_1 mètres.

Désignons par $B_p = EI_p$ la rigidité flexionnelle des poutres et par $B_e = EI_e$ celle des entretoises.

Appelons d'autre part C_p et C_e les rigidités torsionnelles respectives des poutres et entretoises.

Le pont à structure continue équivalent au pont réel aura pour rigidités flexionnelles par unité de longueur :

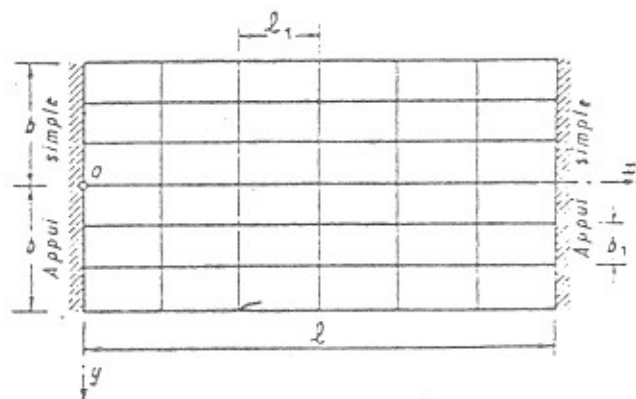


FIG. 1.

$$\rho_r = \frac{B_r}{b_1} \quad \text{et} \quad \rho_k = \frac{B_k}{l_1} \quad (1)$$

respectivement. D'après la théorie de la flexion, si le pont se déforme suivant une certaine surface $w = w(x, y)$ dont les courbures valent respectivement :

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

il est le siège des moments de flexion unitaires

$$M_x = -\rho_r \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad M_y = -\rho_k \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2)$$

Ce pont continu a pour rigidités torsionnelles par unité de longueur

$$\gamma_r = \frac{C_r}{b_1} \quad \text{et} \quad \gamma_k = \frac{C_k}{l_1} \quad (3)$$

respectivement et, comme la torsion géométrique de la surface $w(x, y)$ vaut $\partial^2 w / \partial x \partial y$, il y a des moments de torsion unitaires :

$$M_{xy} = \gamma_r \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \text{et} \quad M_{yx} = -\gamma_k \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (4)$$

Dans un de nos mémoires antérieurs, nous avons montré que l'équation aux dérivées partielles représentant la surface déformée du pont continu s'écrit :

$$\rho_r \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (\gamma_r + \gamma_k) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_k \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (5)$$

où $p(x, y)$ représente l'intensité par unité d'aire de la charge transversale répartie.

Si le pont est formé de poutres dont la résistance à la torsion est négligeable, le coefficient $(\gamma_r + \gamma_k)$ du terme en $\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}$ est pratiquement nul.

Si, au contraire, le pont est formé d'une dalle isotrope, son équation est l'équation bien connue de Lagrange

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p(x, y)}{D} \quad (6)$$

où $D = \frac{Ec^3}{12(1-\eta^2)}$ est la rigidité de la plaque.

Le pont est généralement fait, partiellement tout au moins, en béton dont le coefficient de Poisson η est faible et de l'ordre de 1/6. Si, pour simplifier, nous posons $\eta = 0$, la rigidité de la plaque se réduit à :

$$D = \frac{Ec^3}{12} = EI = \rho \quad (7)$$

où ρ représente la rigidité flexionnelle de la plaque égale dans tous les sens.

L'équation (6) correspond au cas particulier de l'équation (5) pour lequel :

$$\rho_r = \rho_k = \rho, \quad \gamma_r + \gamma_k = 2\rho \quad (8)$$

En pratique, le coefficient $(\gamma_r + \gamma_k)$ représentant la rigidité à la torsion évoluera toujours entre les deux cas

particuliers extrêmes que nous venons d'envisager ; il suit de là qu'il est intéressant d'écrire l'équation (5) du pont déformé sous la forme :

$$\rho_r \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2x \sqrt{\rho_r \rho_k} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_k \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (9)$$

où l'influence relative de la torsion est caractérisée par le paramètre de torsion x , qui peut évoluer selon les cas entre 0 et 1. On peut montrer que le comportement du pont est complètement défini par ce paramètre x et par le paramètre :

$$\theta = \frac{b}{l} \sqrt{\frac{\rho_r}{\rho_k}} \quad (10)$$

que nous appellerons paramètre d'entrelacement.

La comparaison des équations (5) et (9) montre, que, par définition, l'on a :

$$x = \frac{\gamma_r + \gamma_k}{\sqrt{\rho_r \rho_k}} \quad (11)$$

C'est à l'aide de cette formule qu'on devra calculer, en général, le paramètre de torsion x . L'évaluation des rigidités torsionnelles γ_r et γ_k offre d'habitude d'assez grandes difficultés, de sorte qu'on devra souvent introduire des hypothèses simplificatrices et se contenter d'une valeur approchée de x .

Heureusement, le paramètre de torsion prend une expression particulièrement simple dans le cas fréquent des ponts à dalle en béton posée sur un grillage de poutrelles métalliques, qu'il y ait ou non liaison entre ces poutrelles et la dalle. En effet, on peut admettre que la rigidité propre à la torsion des poutrelles métalliques est négligeable et assimiler par conséquent le pont à une plaque dont les rigidités à la flexion dans les deux sens ρ_r et ρ_k sont celles de la dalle isotrope en béton majorées dans les rapports $\pi = \frac{\rho_r}{D}$ et $\epsilon = \frac{\rho_k}{D}$ respectivement par la coupure des poutrelles métalliques.

Dès lors, l'équation de Lagrange (6) valable pour une plaque isotrope, doit se transformer comme suit :

$$\pi D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 D \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \epsilon D \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p$$

Le coefficient de $\frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}$ dans cette équation vaut $2D$; mais par définition de x , il vaut aussi

$$2x \sqrt{\pi \epsilon} D = 2x D \sqrt{\pi \epsilon}$$

En égalant ces deux expressions, on trouve finalement la formule très simple :

$$x = \frac{1}{\sqrt{\pi \epsilon}} \quad (12)$$

qui permet d'évaluer aisément x pour ce type de pont mixte acier-béton.

3. Le coefficient de répartition transversale et ses propriétés.

Sous l'effet d'une charge linéaire répartie sur une parallèle à l'axe du pont d'excentricité e , suivant la loi sinusoïdale (fig. 2) :

$$p' = p_r \sin \frac{\pi x}{l} \quad (13)$$

on peut montrer que le pont prend une déformée de la forme

$$w(x, y) = W(y) \sin \frac{\pi x}{l} \quad (14)$$

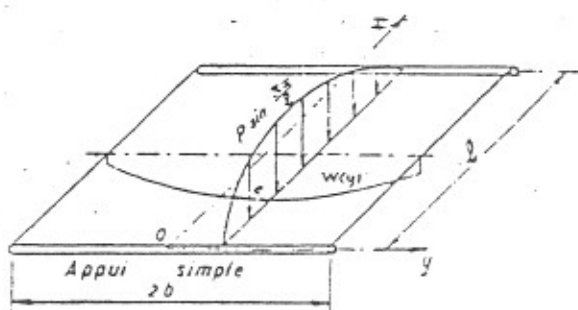


FIG. 2.

Si la charge p_1 , au lieu d'être répartie sur une ligne, était uniformément étalée sur la largeur $2b$ du pont tout en restant sinusoïdale dans le sens de l'axe, le pont prendrait une déformée cylindrique d'équation :

$$w_m(x, y) = W_m \sin \frac{\pi x}{l}$$

On appelle par définition coefficient de répartition transversale, le rapport sans dimensions :

$$K(y) = \frac{W(y)}{W_m} \quad (15)$$

Ce coefficient K est donc le rapport du déplacement vertical d'un point du pont sous l'effet de la charge linéaire $p(x)$, au déplacement que prendrait ce point si la charge p était uniformément répartie sur toute la largeur du pont.

Le coefficient K dépend :

- 1° de la valeur du paramètre d'entretoisement θ ;
- 2° de la valeur du paramètre de torsion α ;
- 3° de l'excentricité relative e/b de la charge linéaire $p(x)$;
- 4° de l'ordonnée relative y/b du point du pont considéré.

L'étude numérique de nombreux cas a permis de montrer que, si l'on fait varier seulement α , le coefficient K obéit avec une très bonne approximation à la loi d'interpolation simple :

$$K_\alpha = K_0 + (K_1 - K_0) \sqrt{\alpha} \quad (16)$$

où K_0 et K_1 représentent les valeurs que prendrait K pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$ respectivement.

Il suit de là que, pour déterminer K , il suffit en pratique de connaître les fonctions :

$$K_0 = K_0\left(\theta, \frac{e}{b}, \frac{y}{b}\right) \text{ et } K_1 = K_1\left(\theta, \frac{e}{b}, \frac{y}{b}\right).$$

Ces fonctions sont définies dans les tables numériques à double entrée données à l'annexe I, pour les valeurs suivantes du paramètre d'entretoisement θ :

de 0 à 1 de 0,05 en 0,05 (21 tables),

de 1 à 2 de 0,10 en 0,10 (10 tables) (1).

Dans chacune de ces 31 tables, K_0 et K_1 sont donnés pour les valeurs suivantes des paramètres : $\frac{e}{b}$ et $\frac{y}{b}$:

$\frac{e}{b} = -1, -3/4, -1/2, -1/4, 0, 1/4, 1/2, 3/4$ et 1.

$\frac{y}{b} = 0, 1/4, 1/2, 3/4$ et 1.

En vertu du théorème de Maxwell, la flèche en y due à une force unitaire en e est égale à la flèche en e due à une force unitaire en y . La même relation de réciprocité s'applique au coefficient K , qui est une flèche divisée par une constante. On peut donc écrire :

$$K(\alpha, \beta) = K(\beta, \alpha) \quad (17)$$

On peut donc déduire directement les valeurs de K afférentes aux poutres situées au-dessus de l'axe du pont (y négatif) à la figure 1, des valeurs données dans les tables, en intervertissant l'ordonnée relative de la charge e/b et l'ordonnée relative de la poutre considérée y/b .

Par ailleurs, la flèche moyenne d'une section transversale du pont est évidemment donnée par :

$$W_m = \frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} W(y) dy.$$

En divisant les deux membres de cette égalité par W_m et en introduisant la notation (15) on peut encore écrire :

$$\frac{1}{2b} \int_{-b}^{+b} K(y) dy = 1. \quad (a)$$

Les tables données en annexe permettent de vérifier cette relation de façon approchée; en effet, par la formule des trapèzes, on a :

$$\int_{-b}^{+b} K(y) dy \approx \frac{b}{4} \left(\frac{K_1}{2} + K_2 + \dots + K_n + \frac{K_n}{2} \right)$$

ce qui peut s'écrire, en vertu de la relation (a),

$$\frac{K_1}{2} + K_2 + \dots + K_n + \frac{K_n}{2} \approx 8 \quad (18)$$

(1) Dans certaines de ces tables, les signes moins (—) ont été, par commodité, placés au-dessus des nombres.

On remarquera que la suite des valeurs de K_x déduites des valeurs correspondantes de K_0 et de K_1 par la formule d'interpolation (16) satisfait automatiquement à la relation (18); en effet, les valeurs de K_0 et de K_1 , étant rigoureuses, donnent lieu aux égalités :

$$\sum K_0 \approx 8, \sum K_1 \approx 8.$$

Par conséquent, on a aussi :

$$\sum K_x = \sum K_0 + \sqrt{\alpha} \sum (K_1 - K_0) \approx 8. \quad (19)$$

Cette dernière formule permet de contrôler l'exactitude des valeurs K_x déduites des tables par interpolation.

L'intérêt de la prise en considération du coefficient de répartition K provient de ce qu'il jouit d'une propriété fondamentale que nous allons établir.

Appelons M_0 le moment fléchissant produit dans la section transversale déterminée x d'une poutre du pont par une charge :

$$p \sin \frac{\pi x}{l}$$

répartie sinusoidalement en long et uniformément sur toute la largeur de l'ouvrage.

Le pont prenant une déformée cylindrique sinusoidale d'équation :

$$w_m(x) = W_m \sin \frac{\pi x}{l},$$

la courbure de toutes les poutres dans la section x vaut :

$$\frac{d^2 w_m}{dx^2} = -W_m \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l}$$

et le moment dans la poutre considérée vaut :

$$M_0(x) = -EI_p \frac{d^2 w_m}{dx^2} = W_m \frac{\pi^2}{l^2} EI_p \sin \frac{\pi x}{l}. \quad (a)$$

où I_p est le moment d'inertie de la poutre en question.

A présent, considérons (fig. 3) le pont chargé par un ensemble de charges linéaires à répartition sinusoidale dans le sens de l'axe, définies par les expressions :

$$p_1 \sin \frac{\pi x}{l}, p_2 \sin \frac{\pi x}{l}, \dots, p_n \sin \frac{\pi x}{l}.$$

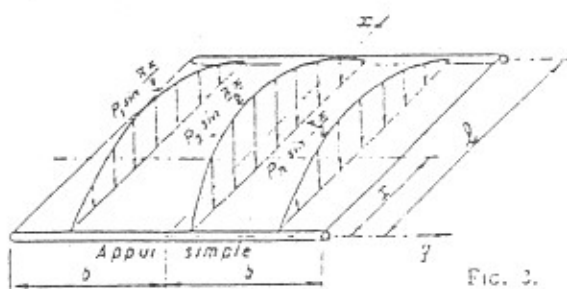


FIG. 3.

D'après le principe de superposition des effets, le pont prend, sous l'effet de ces charges, une déformée d'équation :

$$w(x, y) = \sum_{i=1}^n p_i W_i(y) \sin \frac{\pi x}{l}.$$

La courbure correspondante dans la section x de la poutre d'ordonnée y vaut :

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{\pi^2}{l^2} \sum_{i=1}^n p_i W_i(y) \sin \frac{\pi x}{l}$$

et le moment correspondant dans cette poutre vaut :

$$M(x, y) = -\frac{\pi^2}{l^2} EI_y \sum_{i=1}^n p_i W_i(y) \sin \frac{\pi x}{l}. \quad (b)$$

Si nous divisons membre à membre les relations (b) et (a) et que nous introduisons la notation définie plus haut :

$$K_i = \frac{W_i(y)}{W_m}, \quad (15)$$

il vient

$$M(x, y) = M_0 \sum_{i=1}^n p_i K_i(y). \quad (c)$$

D'autre part, si les charges $p_1, p_2, p_3, \dots, p_n$ étaient étalées uniformément sur toute la largeur du pont, tout en restant sinusoidales dans le sens de l'axe, le moment fléchissant moyen qui naîtrait dans la poutre considérée vaudrait :

$$M_{\text{moyen}}(x) = M_0 \sum_{i=1}^n p_i.$$

En divisant membre à membre les relations (c) et (d), on trouve la relation fondamentale :

$$\frac{M(x, y)}{M_{\text{moyen}}(x)} = \frac{\sum p_i K_i}{\sum p_i} \quad (20)$$

Ainsi donc, pour obtenir le moment fléchissant réel dans une poutre quelconque du pont, il suffit de calculer le moment moyen M_{moyen} dans cette poutre, puis de le multiplier par $\sum p_i K_i / \sum p_i$.

On peut déterminer de cette manière les moments maximaux dans les poutres d'ordonnées $0, \frac{b}{4}, \frac{b}{2}, \frac{3b}{4}$ et b . Pour obtenir ceux qui existent dans les poutres d'ordonnées $-\frac{b}{4}, -\frac{b}{2}, -\frac{3b}{4}$ et $-b$, il suffit, d'après la propriété de réciprocité exprimée par l'égalité (17), de réutiliser les mêmes lignes d'influence de K mais de considérer les charges symétriques des charges réelles par rapport à l'axe longitudinal du pont.

Pour obtenir le moment existant dans une poutre d'ordonnée autre que celles ci-dessus, le plus simple est d'interpoler graphiquement entre les valeurs connues en construisant le diagramme des moments $M(x, y)$ dans une section transversale du pont.

Pour calculer la valeur du moment fléchissant moyen qui intervient dans la formule (20), on pourrait évidemment se servir de la formule (d) où M_0 est défini par la formule (a), mais la valeur qu'on obtiendrait ainsi serait imprécise, car elle correspond à des charges réparties sinusoidalement en long et non aux charges réelles. Si l'on veut donc obtenir une valeur précise de M_0 , il s'indique

plutôt de faire usage des lignes d'influence classiques du moment fléchissant dans une poutre sur deux appuis simples.

Ainsi donc, la méthode préconisée a uniquement pour but de déterminer le facteur de répartition transversale :

$$\frac{\sum p_i K}{\sum p}$$

par lequel il faut multiplier le moment fléchissant moyen pour obtenir le moment fléchissant existant dans une poutre déterminée. Une fois cette répartition transversale connue, l'étude du pont se poursuit par les méthodes ordinaires de la stabilité des constructions, indépendamment de la présente étude.

4. Calcul des moments fléchissants dans les entretoises.

Le moment fléchissant par mètre courant d'entretoise est donné par l'expression :

$$M_y = - p \pi \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$

où w représente, rappelons-le, le déplacement vertical du point (x, y) .

Si l'on envisage à nouveau le cas d'une charge répartie sinusoidalement suivant la loi :

$$p' = p \sin \frac{\pi x}{l}$$

sur la parallèle à l'axe du pont dont l'excentricité est e et que l'on remplace dans la formule ci-dessus w par son expression (14), on trouve :

$$M_y = - p \pi \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \sin \frac{\pi x}{l}$$

Cette quantité peut se mettre sous la forme :

$$M_y = \mu p b \sin \frac{\pi x}{l} \quad (21)$$

où $\mu(y, e)$ est un coefficient sans dimensions qui dépend de l'ordonnée e de la charge et de l'ordonnée y de la section droite faite dans l'entretoise; μ dépend en outre des valeurs du paramètre d'entretoisement θ et du paramètre de torsion α .

Dans une publication antérieure, nous avons montré que, pour une valeur déterminée de θ , la valeur de μ correspondant à une valeur quelconque de α était liée aux valeurs μ_0 et μ_1 correspondant aux valeurs $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$ par la relation empirique :

$$\mu_x = \mu_0 + (\mu_1 - \mu_0) \sqrt{x} \quad (22)$$

déjà rencontrée pour le coefficient K .

Cette relation est suffisamment précise pour les besoins de la pratique. Sa précision est cependant moindre que celle de la formule analogue (16) relative au coefficient K .

Les valeurs de μ_0 et de μ_1 sont données à l'annexe II, dans les trente tables à double entrée calculées pour les valeurs suivantes du paramètre d'entretoisement :

$\theta = 0$ à 1 de 0,10 en 0,10

$\theta = 1$ à 2 de 0,20 en 0,20.

Si le pont est soumis à n charges linéaires à répartition sinusoidale :

$$p_1 \sin \frac{\pi x}{l}, p_2 \sin \frac{\pi x}{l}, \dots, p_n \sin \frac{\pi x}{l}$$

le moment dans la section y de l'entretoise s'obtient en superposant les effets (21) et vaut :

$$M_y = b \sin \frac{\pi x}{l} \sum_{i=1}^n p_i \mu_i \quad (23)$$

On remarquera que ce résultat n'est rigoureux que si la distribution des diverses charges dans le sens longitudinal est effectivement sinusoidale, ce qui n'est jamais le cas en pratique. L'erreur commise en évaluant les moments transversaux par la formule (23) est donc en général plus grande que celle commise en évaluant les moments longitudinaux par la formule (20). Cette erreur est acceptable en pratique, sauf dans des ouvrages particulièrement importants où il pourrait être indiqué de tenir compte des deux ou trois premiers termes du développement des charges réelles en série de Fourier. Pour plus de détails sur ce point, on se reportera aux publications antérieures déjà citées [2] et [4].

5. Calcul des moments de torsion dans le pont.

Comme on l'a rappelé au paragraphe 2, il naît dans les poutres et les entretoises les moments de torsion unitaires respectifs :

$$M_{xy} = \gamma_r \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad M_{yx} = - \gamma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (4)$$

La différence de ces moments vaut :

$$M_{xy} - M_{yx} = (\gamma_r + \gamma_x) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (a)$$

En tenant compte des égalités établies précédemment

$$\gamma_r + \gamma_x = 2 \alpha \sqrt{\rho_r \rho_x} \quad (11)$$

et

$$w(x, y) = W(y) \sin \frac{\pi x}{l} \quad (14)$$

on peut mettre la différence des moments de torsion sous la forme

$$M_{xy} - M_{yx} = 2 \alpha \sqrt{\rho_r \rho_x} \frac{\pi}{l} \frac{dW(y)}{dy} \cos \frac{\pi x}{l} \quad (b)$$

Il est commode pour les applications pratiques d'exprimer la différence des moments de torsion sous la forme :

$$M_{xy} - M_{yx} = 2 \tau(\alpha) b p \cos \frac{\pi x}{l} \quad (c)$$

Dans cette formule, p représente l'intensité maximale de la charge répartie suivant la loi sinusoidale :

$$p' = p \sin \frac{\pi x}{l}$$

sur la parallèle à l'axe du pont d'excentricité e ;

$\tau(\alpha)$ est un coefficient sans dimensions qui dépend du paramètre de torsion α , de e , de y et de θ et qu'on peut évaluer à l'aide des tables de l'annexe III.

Connaissant la différence des moments de torsion dans les poutres et les entretoises, on peut calculer chacun de ces moments par les formules :

$$M_{xy} = \frac{\gamma_F}{\gamma_F + \gamma_E} (M_{xy} - M_{yx}),$$

$$M_{yx} = \frac{\gamma_E}{\gamma_F + \gamma_E} (M_{xy} - M_{yx})$$

obtenues en éliminant $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$ entre les relations (4) et (5).

En remplaçant dans ces relations ($M_{xy} - M_{yx}$) par son expression (c), on obtient :

$$M_{xy} = \frac{2 \gamma_F}{\gamma_F + \gamma_E} \tau b p \cos \frac{\pi x}{l} \quad (24)$$

$$M_{yx} = -\frac{2 \gamma_E}{\gamma_F + \gamma_E} \tau b p \cos \frac{\pi x}{l} \quad (25)$$

Pour nous rendre compte de la manière dont $\tau(\alpha)$ varie avec α , nous avons calculé, pour la valeur :

$$\theta = 0,66874$$

du paramètre d'entretoisement, les valeurs de τ pour :

$$\alpha = 0, 1/4, 1/2 \text{ et } 1.$$

Ces valeurs sont consignées dans le tableau ci-dessous.

On peut constater que la variation de τ avec α peut être représentée, approximativement, par la loi simple :

$$\tau(\alpha) = \tau_1 \sqrt{\alpha} \quad (26)$$

où τ_1 désigne la valeur de τ pour $\alpha = 1$.

Il suit de là qu'il nous suffit, pour calculer approximativement $\tau(\alpha)$, de calculer des tables du coefficient τ_1 . De telles tables, calculées pour θ variant de 0,1 en 0,1 entre 0 et 1 et de 0,2 en 0,2 entre 1 et 2, sont données à l'annexe III du présent mémoire.

Remarque : Les formules que nous venons de développer s'appliquent à un grillage continu. Dans le cas des ponts-dalles ou des ponts précontraints dans deux directions orthogonales, il vaut mieux envisager le pont comme une plaque anisotrope.

Nous avons montré dans un mémoire antérieur (formule (4), réf. (4)) que, dans une telle plaque, les moments de torsion dans les deux sens sont égaux et que leur valeur commune est :

$$M_{xy} = -M_{yx} = 2 \gamma \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

D'autre part, nous avons posé dans le même mémoire (formules (9) et (17) de ce mémoire) :

$$p_e + 2 \gamma = \alpha \sqrt{p_F p_E}$$

VALEURS DU PARAMETRE τ pour $\theta = 0,66874$.

Valeurs du paramètre de torsion	Position de la poutre	Excentricité de la charge								
		$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
$\alpha = 0$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	b/4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	b/2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3b/4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\alpha = 1/4$	0	0,02385	0,02310	0,02120	0,01519	0	-0,01520	-0,02119	-0,02310	-0,02385
	b/4	0,01420	0,01638	0,01819	0,01803	0,01265	-0,00323	-0,02051	-0,03043	-0,03770
	b/2	0,00850	0,01158	0,01463	0,01687	0,01613	+0,00869	-0,01130	-0,03536	-0,05465
	3b/4	0,00370	0,00899	0,01218	0,01493	0,01574	+0,01167	-0,00204	-0,03225	-0,07117
$\alpha = 1/2$	0	0,00529	0,00825	0,01134	0,01405	0,01504	+0,01157	-0,00070	-0,02827	-0,07942
	b/4	+0,03912	+0,03858	+0,03613	+0,02657	0	-0,02657	-0,03613	-0,03858	-0,03912
	b/2	+0,02177	+0,02761	+0,03003	+0,02969	+0,02120	-0,00651	-0,03570	-0,04985	-0,05698
	3b/4	+0,01562	+0,01918	+0,02297	+0,02592	+0,02559	+0,01130	-0,01879	-0,05636	-0,08313
$\alpha = 1$	0	+0,01077	+0,01405	+0,01768	+0,02114	+0,02398	+0,01450	-0,00176	-0,04773	-0,10637
	b/4	+0,00935	+0,01232	+0,01568	+0,01894	+0,02235	+0,01072	-0,00233	-0,03878	-0,11827
	b/2	0,05810	0,05833	0,05601	0,04284	0	-0,04284	-0,05601	-0,05833	-0,05810
	3b/4	0,03591	0,03832	0,04165	0,04192	0,03010	-0,01309	-0,05791	-0,07514	-0,09372
$\alpha = 1$	0	0,02165	0,02412	0,02742	0,03261	0,03235	0,01600	-0,02967	-0,08283	-0,11559
	b/4	0,01860	0,02162	0,02460	0,02772	0,02917	0,02368	-0,00133	-0,06168	-0,14190
	b/2	0,01453	0,01695	0,01951	0,02257	0,02361	0,02024	-0,00410	-0,04347	-0,15720
	3b/4	0,01153	0,01395	0,01651	0,01957	0,02061	0,01724	-0,00176	-0,03878	-0,11827

et le terme ρ_x s'annule si l'on suppose le coefficient de Poisson du béton égal à zéro. On peut donc écrire :

$$M_{xy} = -M_{yx} = x \sqrt{\rho_{xy}} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Si nous comparons cette égalité avec les formules (a), (11) et (c) établies plus haut, nous voyons qu'on peut écrire, dans le cas de la plaque anisotrope :

$$M_{xy} = -M_{yx} = \tau(\alpha) b p \cos \frac{\pi x}{l} \quad (27)$$

où $\tau(\alpha)$ est la même fonction $\tau(\theta, \alpha, e, y)$ que ci-dessus.

6. Extension de la méthode aux ponts à poutres de rive renforcées.

La théorie exposée au chapitre précédent et les tables correspondantes ne sont valables que pour un pont à poutres toutes identiques. Or, il arrive fréquemment que les deux poutres de rive soient renforcées, ne serait-ce que parce que leur hauteur est supérieure à celle des autres poutres par suite de la surélévation des trottoirs.

On peut aisément tenir compte de cette circonstance dans les calculs.

En effet, supposons qu'on ait affaire au pont dont la section transversale est représentée à la figure 4 et dont les poutres de rive ont une rigidité à la flexion égale à r fois celle des autres poutres. Supposons que ce pont soit chargé de forces réparties suivant la loi :

$$p = 1 \sin \frac{\pi x}{l}$$

sur une parallèle à l'axe du pont dont l'excentricité est e . Ce pont peut être remplacé par un pont à poutres toutes identiques, sollicité par les forces p et en outre, au droit des poutres de rive, par des réactions d'appui :

$$p_A = A \sin \frac{\pi x}{l} \quad p_B = B \sin \frac{\pi x}{l}$$

réparties sinusoidalement et agissant de bas en haut.

Pour déterminer la grandeur des coefficients A, B , il nous suffit d'écrire que le pont réel (fig. 4a) et le pont équivalent (fig. 4b) présentent les mêmes flèches aux points A et B.

Pour éviter toute confusion, nous affecterons d'un astérisque les déplacements et coefficients de répartition transversale qui se rapportent au pont renforcé, pour bien les distinguer des mêmes quantités appliquées au pont non renforcé.

Soit

$$w_A^* = W_A^* \sin \frac{\pi x}{l} \quad \text{et} \quad w_B^* = W_B^* \sin \frac{\pi x}{l}$$

les déformées des poutres renforcées.

Ces déformées sont liées aux réactions p_A et p_B par l'équation différentielle des poutres droites, à savoir :

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = \frac{p}{EI}$$

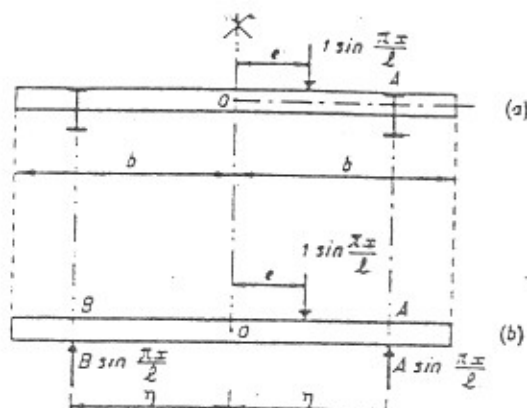


FIG. 4.

Comme la rigidité des appuis A et B non déjà comptée dans le pont est $(r-1)EI$, la relation ci-dessus s'écrit, dans le problème actuel :

$$p_A = (r-1)EI \frac{\partial^4 w_A}{\partial x^4} = \frac{(r-1)\pi^4 EI}{l^4} W_A^* \sin \frac{\pi x}{l}$$

on en déduit

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{(r-1)\pi^4 EI}{l^4} W_A^* \\ \text{et de même} \\ B &= \frac{(r-1)\pi^4 EI}{l^4} W_B^* \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Exprimons à présent que, sous l'effet simultané des efforts sinusoidaux $1 \sin \frac{\pi x}{l}$, $A \sin \frac{\pi x}{l}$ et $B \sin \frac{\pi x}{l}$ (fig. 4b), les points A et B prennent les déplacements W_A^* et W_B^* . En appliquant le principe de superposition des effets, on obtient les égalités suivantes :

$$\left\{ \begin{aligned} W_A^* &= 1 W(e, \eta) - A W(\eta, \eta) - B W(-\eta, \eta) \\ W_B^* &= 1 W(e, -\eta) - A W(\eta, -\eta) - B W(-\eta, -\eta) \end{aligned} \right.$$

Remplaçons dans ces formules W_A^* et W_B^* par leurs expressions tirées des égalités (28); il vient :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{l^4}{(r-1)\pi^4 EI} A &= 1 W(e, \eta) - A W(\eta, \eta) - B W(-\eta, \eta) \\ \frac{l^4}{(r-1)\pi^4 EI} B &= 1 W(e, -\eta) - A W(\eta, -\eta) - B W(-\eta, -\eta) \end{aligned} \right.$$

Divisons les deux membres de ces équations par

$$W_{norm} = \frac{l^4}{2 b \rho_T E I}$$

de façon à faire apparaître dans les seconds membres les coefficients de répartition transversale K et posons, pour simplifier l'écriture du premier membre :

$$\frac{2 b \rho_T}{(r-1)EI} = \beta$$

Il vient :

$$\begin{cases} \beta A = K(e, \eta) - AK(\eta, \eta) - BK(-\eta, \eta) \\ \beta B = K(e, -\eta) - AK(\eta, -\eta) - BK(-\eta, -\eta) \end{cases}$$

En résolvant ce système linéaire à deux inconnues, on trouve :

$$\begin{cases} A = \frac{K(e, \eta) [\beta + K(\eta, \eta)] - K(e, -\eta) K(\eta, -\eta)}{[\beta + K(\eta, \eta)]^2 - K^2(\eta, -\eta)} \\ B = \frac{K(e, -\eta) [\beta + K(\eta, \eta)] - K(e, \eta) K(\eta, -\eta)}{[\beta + K(\eta, \eta)]^2 - K^2(\eta, -\eta)} \end{cases}$$

Ayant les valeurs des réactions A et B des poutres de rive, on en déduit les déplacements d'un point du pont en faisant la somme des déplacements dus séparément aux forces :

$$1 \pm \sin \frac{\pi x}{l} = -A \sin \frac{\pi x}{l} - B \sin \frac{\pi x}{l}.$$

On trouve ainsi

$$W^*(e, y) = 1 W(e, y) - AW(\eta, y) - BW(-\eta, y).$$

La déformée moyenne du pont renforcé vaut

$$W_{moy}^* = \frac{l^4}{[2 \delta p_r + 2(r-1) \frac{E I}{\pi^4}]} = \frac{l^4}{2 \delta p_r \pi^4 \left[1 + \frac{2}{\beta}\right]}$$

Le coefficient de répartition transversale du pont renforcé se calcule donc par la formule :

$$K^*(e, y) = \frac{W^*(e, y)}{W_{moy}^*} =$$

$$= \frac{\beta}{\beta + 2} [K(e, y) - AK(\eta, y) - BK(-\eta, y)].$$

On vérifie aisément que pour $\beta = \infty$, $A = B = 0$, $K^*(e, y) = K(e, y)$ et l'on retombe sur les valeurs du pont non renforcé.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Y. GUYON. — Calcul des ponts larges à poutres multiples solidarisiées par des entretoises. *Ann. Ponts et Chaussées de France*, 1946, pp. 553-612.
- [2] CH. MASSONNET. — Contribution au calcul des ponts à poutres multiples. *Ann. Trar. Publ. de Belgique*, juin, octobre et décembre 1950, pp. 377-424; 749-800; 927-964.
- [3] Y. GUYON. — Calcul des ponts-dalles. *Ann. Ponts et Chaussées de France*, 1949, pp. 555-589 et pp. 683-718.
- [4] CH. MASSONNET. — Méthode de calcul des ponts à poutres multiples tenant compte de leur résistance à la torsion. *Mém. A. I. P. C.*, vol. X, 1950, pp. 147-182.

ANNEXE I

Tables donnant le coefficient de répartition transversale pour α variant de 0,05 en 0,05 de 0 à 1, et de 0,1 en 0,1 de 1 à 2 et pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$.

$$K_x = K_0 + (K_1 - K_0) \sqrt{\alpha}$$

Les valeurs de K_0 ont été calculées à l'aide de la formule suivante établie dans un de nos mémoires antérieurs (réf. [2], p. 762).

$$K_0 = 2 \lambda b \frac{1}{\operatorname{sh}^2 2 \lambda b - \sin^2 2 \lambda b}$$

$$(2 \operatorname{ch} \lambda (y+b) \cos \lambda (y+b) [\operatorname{sh} 2 \lambda b \cos \lambda (b+e) \operatorname{ch} \lambda (b-e) - \sin 2 \lambda b \operatorname{ch} \lambda (b+e) \cos \lambda (b-e)] + \\ + [(\operatorname{ch} \lambda (y+b) \sin \lambda (y+b) + \operatorname{sh} \lambda (y+b) \cos \lambda (y+b)) (\operatorname{sh} 2 \lambda b [\sin \lambda (b+e) \operatorname{ch} \lambda (b-e) - \cos \lambda (b+e) \operatorname{sh} \lambda (b-e)] \\ + \operatorname{sh} 2 \lambda b [\operatorname{sh} \lambda (b+e) \cos \lambda (b-e) - \operatorname{ch} \lambda (b+e) \sin \lambda (b-e)])).$$

Dans cette formule, la notation λ a la signification suivante :

$$\lambda = \frac{\pi}{2 \sqrt{2}} \sqrt{\frac{p_r}{p_n}}$$

Les valeurs de K_1 ont été calculées à l'aide de la formule suivante, établie par Guyon (réf. [3], p. 567) :

$$K_1 = \frac{\pi}{2 \operatorname{sh}^2 \sigma} \left[(\sigma \operatorname{ch} \sigma + \operatorname{sh} \sigma) \operatorname{ch} \theta \chi - \theta \chi \operatorname{sh} \sigma \operatorname{sh} \theta \chi + \frac{P_0 P_0}{3 \operatorname{sh} \sigma \operatorname{ch} \sigma - \sigma} + \frac{Q_0 Q_0}{3 \operatorname{sh} \sigma \operatorname{ch} \sigma + \sigma} \right]$$

en posant :

$$P_u = (\sigma \operatorname{ch} \sigma - \operatorname{sh} \sigma) \operatorname{ch} \theta u - \operatorname{sh} \sigma \operatorname{sh} \theta u$$

$$Q_u = (2 \operatorname{sh} \sigma + \sigma \operatorname{ch} \sigma) \operatorname{sh} \theta u - \operatorname{sh} \sigma \operatorname{ch} \theta u,$$

avec

$$0 = \frac{b}{l} \sqrt{\frac{p_r}{p_n}} \cdot \psi = \frac{\pi e}{b} \cdot \beta = \frac{\pi y}{b} \cdot \sigma = 0 \pi, \chi = \pi - |\beta - \psi|.$$

pour k_0 , la formule est valable pour $e \gg y$, on change e en $-e$ et y et $-y$.

$\theta = 0.05$		$\alpha = 0$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	+1.0000	+1.0000	+1.0000	+1.0000	+1.0000	+1.0000	+1.0000	+1.0000	+1.0000
b/4	+0.2500	+0.4375	+0.6249	+0.8125	+1.0001	+1.1876	+1.3750	+1.5626	+1.7501
b/2	-0.5001	-0.1250	+0.2499	+0.6249	+1.0000	+1.3751	+1.7502	+2.1251	+2.5001
3b/4	-1.2501	-0.6876	-0.1251	+0.4374	+1.0000	+1.5626	+2.1252	+2.6877	+3.2503
b	-2.0001	-1.2501	-0.5001	+0.2499	+1.0000	+1.7501	+2.5002	+3.2502	+4.0003
$\theta = 0.05$		$\alpha = 1$							
0	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
b/4	0.9969	0.9978	0.9985	0.9992	1.0000	1.0008	1.0015	1.0023	1.0030
b/2	0.9938	0.9954	0.9969	0.9985	1.0000	1.0015	1.0031	1.0046	1.0061
3b/4	0.9908	0.9931	0.9954	0.9978	1.0000	1.0023	1.0046	1.0069	1.0092
b	0.9878	0.9908	0.9938	0.9969	1.0000	1.0030	1.0061	1.0092	1.0124
$\theta = 0.10$		$\alpha = 0$							
0	+0.9993	+0.9997	+1.0001	+1.0003	+1.0005	+1.0003	+1.0001	+0.9997	+0.9993
b/4	+0.2495	+0.4373	+0.6250	+0.8127	+1.0004	+1.1879	+1.3751	+1.5622	+1.7493
b/2	-0.5002	-0.1250	+0.2500	+0.6250	+1.0001	+1.3751	+1.7501	+2.1249	+2.4997
3b/4	-1.2494	-0.6872	-0.1250	+0.4373	+0.9997	+1.5622	+2.1249	+2.6877	+3.2505
b	-1.9988	-1.2494	-0.5000	+0.2495	+0.9993	+1.7493	+2.4997	+3.2505	+4.0014

$\theta = 0.10$		$\alpha = 1$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.9993	0.9997	1.0001	1.0003	1.0005	1.0003	1.0001	0.9997	0.9993
b/4	0.9873	0.9906	0.9938	0.9971	1.0003	1.0034	1.0063	1.0090	1.0116
b/2	0.9756	0.9816	0.9877	0.9938	1.0001	1.0063	1.0124	1.0183	1.0241
3b/4	0.9641	0.9723	0.9816	0.9906	0.9997	1.0090	1.0183	1.0276	1.0369
b	0.9527	0.9641	0.9756	0.9873	0.9993	1.0116	1.0241	1.0369	1.0478
$\theta = 0.15$		$\alpha = 0$							
0	+0.9963	+0.9983	+1.0003	+1.0018	+1.0025	+1.0018	+1.0003	+0.9983	+0.9963
b/4	+0.2475	+0.4362	+0.6250	+0.8136	+1.0018	+1.1892	+1.3755	+1.5612	+1.7466
b/2	-0.5003	-0.1252	+0.2499	+0.6250	+1.0003	+1.3755	+1.7504	+2.1247	+2.4988
3b/4	-1.2474	-0.6864	-0.1252	+0.4363	+0.9984	+1.5612	+2.1247	+2.6887	+3.2526
b	-1.9944	-1.2474	-0.5003	+0.2475	+0.9963	+1.7466	+2.4988	+3.2526	+4.0075
$\theta = 0.15$		$\alpha = 1$							
0	0.9969	0.9986	1.0002	1.0016	1.0021	1.0016	1.0002	0.9986	0.9969
b/4	0.9708	0.9734	0.9762	0.9790	1.0016	1.0084	1.0143	1.0194	1.0243
b/2	0.9459	0.9590	0.9724	0.9862	1.0002	1.0143	1.0279	1.0406	1.0529
3b/4	0.9219	0.9403	0.9590	0.9784	0.9986	1.0194	1.0406	1.0617	1.0825
b	0.8985	0.9219	0.9459	0.9708	0.9969	1.0243	1.0529	1.0825	1.1125

$\theta = 0.20$		$\alpha = 0$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	+0.9884	+0.9948	+1.0009	+1.0057	+1.0078	+1.0057	+1.0009	+0.9948	+0.9884
b/4	+0.2421	+0.4337	+0.6251	+0.8160	+1.0057	+1.1929	+1.3767	+1.5584	+1.7394
b/2	-0.5003	-0.1257	+0.2496	+0.6251	+1.0009	+1.3767	+1.7514	+2.1242	+2.4961
3b/4	-1.2118	-0.6837	-0.1257	+0.4336	+0.9948	+1.5583	+2.1242	+2.6912	+3.2581
b	-1.9323	-1.2418	-0.5008	+0.2121	+0.9884	+1.7394	+2.4961	+3.2581	+4.0236
$\theta = 0.20$		$\alpha = 1$							
0	0.9912	0.9960	1.0006	1.0044	1.0061	1.0044	1.0006	0.9960	0.9912
b/4	0.9468	0.9610	0.9755	0.9902	1.0044	1.0167	1.0257	1.0328	1.0392
b/2	0.9058	0.9281	0.9513	0.9755	1.0006	1.0257	1.0495	1.0708	1.0906
3b/4	0.8674	0.8972	0.9281	0.9610	0.9960	1.0328	1.0708	1.1086	1.1449
b	0.8305	0.8674	0.9058	0.9468	0.9912	1.0392	1.0906	1.1449	1.2009
$\theta = 0.25$		$\alpha = 0$							
0	+0.9718	+0.9874	+1.0021	+1.0138	+1.0188	+1.0138	+1.0021	+0.9874	+0.9718
b/4	+0.2309	+0.4281	+0.6251	+0.8210	+1.0138	+1.2007	+1.3791	+1.5524	+1.7244
b/2	-0.5019	-0.1267	+0.2489	+0.6251	+1.0021	+1.3791	+1.7535	+2.1230	+2.4905
3b/4	-1.2302	-0.6789	-0.1267	+0.4281	+0.9874	+1.5524	+2.1230	+2.6966	+3.2696
b	-1.9571	-1.2302	-0.5019	+0.2309	+0.9718	+1.7244	+2.4905	+3.2696	+4.0574

$\theta = 0.25$		$\alpha = 1$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.9812	0.9912	1.0012	1.0095	1.0133	1.0095	1.0012	0.9912	0.9812
b/4	0.9156	0.9382	0.9619	0.9862	1.0095	1.0287	1.0407	1.0484	1.0546
b/2	0.8569	0.8899	0.9246	0.9619	1.0012	1.0407	1.0773	1.1079	1.1354
3b/4	0.8038	0.8456	0.8899	0.9382	0.9912	1.0404	1.1079	1.1669	1.2235
b	0.7539	0.8038	0.8569	0.9156	0.9812	1.0546	1.1354	1.2235	1.3133
$\theta = 0.30$		$\alpha = 0$							
0	+0.9423	+0.9742	+1.0044	+1.0283	+1.0385	+1.0283	+1.0044	+0.9742	+0.9423
b/4	+0.2109	+0.4183	+0.6252	+0.8296	+1.0283	+1.2146	+1.3833	+1.5419	+1.6975
b/2	-0.5038	-0.1284	+0.2477	+0.6252	+1.0044	+1.3833	+1.7572	+2.1206	+2.4805
3b/4	-1.2094	-0.6696	-0.1284	+0.4183	+0.9742	+1.5419	+2.1209	+2.7062	+3.2901
b	-1.9123	-1.2095	-0.5038	+0.2109	+0.9423	+1.6974	+2.4805	+3.2901	+4.1177
$\theta = 0.30$		$\alpha = 1$							
0	0.9664	0.9840	1.0018	1.0173	1.0244	1.0173	1.0018	0.9840	0.9664
b/4	0.8776	0.9104	0.9453	0.9820	1.0173	1.0451	1.0591	1.0652	1.0689
b/2	0.8012	0.8450	0.8929	0.9453	1.0018	1.0591	1.1198	1.1503	1.1849
3b/4	0.7345	0.7876	0.8453	0.9104	0.9840	1.0652	1.1508	1.2351	1.3126
b	0.6733	0.7345	0.8012	0.8776	0.9664	1.0689	1.1849	1.3126	1.4474

$\theta = 0.35$ $\tau = 0$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	+0.8954	+0.9532	+1.0079	+1.0514	+1.0700	+1.0514	+1.0079	+0.9532	+0.8954
$b/4$	+0.1793	+0.4027	+0.6252	+0.8437	+1.0514	+1.2369	+1.3903	+1.5250	+1.6545
$b/2$	-0.5067	-0.1311	+0.2457	+0.6252	+1.0079	+1.3903	+1.7633	+2.1176	+2.4642
$3b/4$	-1.1765	-0.6554	-0.1311	+0.4027	+0.9532	+1.5250	+2.1176	+2.7215	+3.3228
b	-1.8411	-1.1765	-0.5067	+0.1793	+0.8954	+1.6545	+2.4642	+3.3228	+4.2142
$\theta = 0.35$ $\tau = 1$									
0	+0.9466	+0.9741	+1.0025	+1.0279	+1.0399	+1.0279	+1.0025	+0.9741	+0.9466
$b/4$	+0.8340	+0.8781	+0.9261	+0.9777	+1.0279	+1.0659	+1.0807	+1.0824	+1.0808
$b/2$	+0.7408	+0.7958	+0.8568	+0.9261	+1.0025	+1.0807	+1.1496	+1.1983	+1.2369
$3b/4$	+0.6624	+0.7255	+0.7958	+0.8781	+0.9741	+1.0824	+1.1983	+1.3115	+1.4123
b	+0.5925	+0.6624	+0.7408	+0.8340	+0.9466	+1.0808	+1.2369	+1.4123	+1.6001
$\theta = 0.40$ $\tau = 0$									
0	+0.8273	+0.9225	+1.0129	+1.0851	+1.1160	+1.0851	+1.0129	+0.9225	+0.8273
$b/4$	+0.1337	+0.3801	+0.6250	+0.8637	+1.0851	+1.2696	+1.4005	+1.5005	+1.5916
$b/2$	-0.5106	-0.1350	+0.2426	+0.6250	+1.0129	+1.4005	+1.7725	+2.1128	+2.4400
$3b/4$	-1.1286	-0.4344	-0.1350	+0.3801	+0.9225	+1.5005	+2.1123	+2.7438	+3.3702
b	-1.7331	-1.1236	-0.5106	+0.1337	+0.8273	+1.5916	+2.4400	+3.3702	+4.3560

$\theta = 0.40$ $\tau = 1$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	+0.9220	+0.9613	+1.0031	+1.0414	+1.0601	+1.0414	+1.0031	+0.9613	+0.9220
$b/4$	+0.7862	+0.8420	+0.9043	+0.9733	+1.0414	+1.0914	+1.1051	+1.0944	+1.0893
$b/2$	+0.6778	+0.7429	+0.8171	+0.9043	+1.0031	+1.1051	+1.1931	+1.2409	+1.2697
$3b/4$	+0.5903	+0.6613	+0.7429	+0.8420	+0.9613	+1.0924	+1.2489	+1.3940	+1.5183
b	+0.5148	+0.5903	+0.6778	+0.7862	+0.9220	+1.0893	+1.2693	+1.5188	+1.7639
$\theta = 0.45$ $\tau = 0$									
0	+0.7355	+0.8811	+1.0194	+1.1304	+1.1783	+1.1304	+1.0194	+0.8811	+0.7355
$b/4$	+0.0730	+0.3495	+0.6242	+0.8902	+1.1305	+1.3144	+1.4148	+1.4671	+1.5059
$b/2$	-0.5152	-0.1402	+0.2333	+0.6242	+1.0194	+1.4148	+1.7857	+2.1063	+2.4061
$3b/4$	-1.0610	-0.6060	-0.1402	+0.3495	+0.8311	+1.4671	+2.1063	+2.7708	+3.4340
b	-1.6003	-1.0640	-0.5152	+0.0730	+0.7355	+1.5059	+2.4061	+3.4340	+4.5496
$\theta = 0.45$ $\tau = 1$									
0	0.8933	0.9453	1.0032	1.0577	1.0850	1.0577	1.0032	0.9453	0.8933
$b/4$	0.7355	0.9029	0.9804	0.9603	1.0577	1.1214	1.1318	1.1152	1.0938
$b/2$	0.6142	0.6881	0.7748	0.8804	1.0032	1.1318	1.2405	1.3013	1.3400
$3b/4$	0.5202	0.5969	0.6881	0.8029	0.9453	1.1152	1.3013	1.4809	1.6291
b	0.4418	0.5202	0.6142	0.7355	0.8933	1.0918	1.3400	1.6291	1.9476

$\theta = 0.50$		$\alpha = 0$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	+0.6203	+0.8288	+1.0273	+1.1877	+1.2575	+1.1877	+1.0273	+0.8288	+0.6203
b/4	-0.0021	+0.3111	+0.6223	+0.9226	+1.1877	+1.3721	+1.4336	+1.4250	+1.3968
b/2	-0.5198	-0.1466	+0.2317	+0.6223	+1.0273	+1.4336	+1.8038	+2.0981	+2.3613
3b/4	-0.9828	-0.5701	-0.1466	+0.3111	+0.8288	+1.4250	+2.0981	+2.3125	+3.5140
b	-1.4286	-0.9823	-0.5198	-0.0021	+0.6203	+1.3968	+2.3613	+3.5140	+4.7931
$\theta = 0.50$		$\alpha = 1$							
0	0.8609	0.9276	1.0028	1.0767	1.1146	1.0767	1.0028	0.9276	0.8609
b/4	0.6834	0.7617	0.8547	0.9642	1.0767	1.1557	1.1603	1.1293	1.0937
b/2	0.5516	0.6326	0.7308	0.8547	1.0028	1.1603	1.2911	1.3544	1.3876
3b/4	0.4538	0.5340	0.6326	0.7617	0.9276	1.1293	1.3544	1.5704	1.7409
b	0.5751	0.4538	0.5516	0.6834	0.8609	1.0937	1.3876	1.7409	2.1362
$\theta = 0.55$		$\alpha = 0$							
0	+0.4848	+0.7666	+1.0360	+1.2556	+1.3521	+1.2556	+1.0360	+0.7666	+0.4848
b/4	-0.0883	+0.2657	+0.6185	+0.9592	+1.2556	+1.4423	+1.4571	+1.3746	+1.2654
b/2	-0.5233	-0.1538	+0.2230	+0.6185	+1.0360	+1.4571	+1.8274	+2.0885	+2.3046
3b/4	-0.8871	-0.5279	-0.1538	+0.2657	+0.7666	+1.3746	+2.0885	+2.3535	+3.6081
b	-1.2289	-0.8871	-0.5233	-0.0883	+0.4848	+1.2654	+2.3046	+3.6081	+5.0997

$\theta = 0.55$		$\alpha = 1$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.3255	0.9069	1.0016	1.0981	1.1429	1.0981	1.0016	0.9069	0.3255
b/4	0.6309	0.7192	0.8275	0.9595	1.0981	1.1940	1.1902	1.1411	1.0889
b/2	0.4916	0.5777	0.6959	0.8275	1.0016	1.1902	1.3443	1.4071	1.4308
3b/4	0.3922	0.4737	0.5777	0.7192	0.9069	1.1411	1.4071	1.6611	1.8520
b	0.3153	0.3922	0.4916	0.6309	0.8255	1.0889	1.4308	1.8520	2.3514
$\theta = 0.60$		$\alpha = 0$							
0	+0.3347	+0.6963	+1.0447	+1.3316	+1.4594	+1.3316	+1.0447	+0.6968	+0.3347
b/4	-0.1808	+0.2154	+0.6119	+0.9977	+1.3316	+1.5237	+1.4853	+1.3177	+1.1155
b/2	-0.5241	-0.1615	+0.2117	+0.6119	+1.0447	+1.4853	+1.8575	+2.0778	+2.2358
3b/4	-0.7808	-0.4806	-0.1615	+0.2154	+0.6968	+1.3177	+2.0778	+2.7105	+3.7122
b	-1.0112	-0.7808	-0.5241	-0.1808	+0.3347	+1.1155	+2.2358	+3.7122	+5.4480
$\theta = 0.60$		$\alpha = 1$							
0	0.7878	0.8839	0.9996	1.1215	1.1878	1.1215	0.9996	0.8839	0.7878
b/4	0.5792	0.6761	0.7992	0.9545	1.1215	1.2361	1.2207	1.1510	1.0792
b/2	0.4349	0.5243	0.6410	0.7992	0.9996	1.2207	1.3994	1.4582	1.4686
3b/4	0.3362	0.4171	0.5243	0.6761	0.8839	1.1510	1.4582	1.7518	1.9607
b	0.2627	0.3362	0.4349	0.5792	0.7878	1.0792	1.4686	1.9607	2.5312

$\theta = 0.65$ $\alpha = 0$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	+0.1776	+0.6223	+1.0524	+1.4121	+1.5752	+1.4121	+1.0524	+0.6223	+0.1776
b/4	-0.2731	+0.1624	+0.6014	+1.0347	+1.4121	+1.6143	+1.5180	+1.2565	+0.9520
b/2	-0.5207	-0.1690	+0.1974	+0.6014	+1.0524	+1.5180	+1.8946	+2.0666	+2.1547
3 b/4	-0.6691	-0.4303	-0.1690	+0.1624	+0.6223	+1.2565	+2.0666	+2.9649	+3.8203
b	-0.7883	-0.6691	-0.5207	-0.2731	+0.1776	+0.9520	+2.1547	+3.8203	+5.8338
$\theta = 0.65$ $\alpha = 1$									
0	0.7485	0.8588	0.9965	1.1468	1.2310	1.1468	0.9965	0.8588	0.7485
b/4	0.5289	0.6330	0.7702	0.9493	1.1468	1.2818	1.2516	1.1561	1.0648
b/2	0.3823	0.4734	0.5966	0.7702	0.9965	1.2516	1.4559	1.5073	1.5005
3 b/4	0.2860	0.3648	0.4734	0.6330	0.8588	1.1561	1.5073	1.8418	2.0659
b	0.2171	0.2860	0.3823	0.5289	0.7485	1.0648	1.5005	2.0659	2.7342
$\theta = 0.70$ $\alpha = 0$									
0	+0.0216	+0.5464	+1.0580	+1.4938	+1.6955	+1.4938	+1.0580	+0.5464	+0.0216
b/4	-0.3589	+0.1095	+0.5862	+1.0670	+1.4938	+1.7110	+1.5548	+1.1934	+0.7809
b/2	-0.5114	-0.1756	+0.1798	+0.5862	+1.0500	+1.5548	+1.9393	+2.0554	+2.0618
3 b/4	-0.5575	-0.3794	-0.1756	+0.1095	+0.5464	+1.1934	+2.0554	+3.0254	+3.9282
b	-0.5733	-0.5575	-0.5114	-0.3589	+0.0216	+0.7809	+2.0618	+3.9282	+6.2464

$\theta = 0.70$ $\alpha = 1$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.7080	0.8319	0.9923	1.1737	1.2783	1.1737	0.9923	0.8319	0.7080
b/4	0.4808	0.5905	0.7407	0.9457	1.1737	1.3207	1.2824	1.1589	1.0461
b/2	0.3342	0.4253	0.5535	0.7407	0.9923	1.2824	1.5134	1.5539	1.5262
3 b/4	0.2417	0.3171	0.4253	0.5905	0.8319	1.1589	1.5539	1.9305	2.1668
b	0.1782	0.2417	0.3342	0.4808	0.7080	1.0461	1.5262	2.1668	2.9395
$\theta = 0.75$ $\alpha = 0$									
0	-0.1260	+0.4719	+1.0606	+1.5732	+1.8138	+1.5732	+1.0606	+0.4719	-0.1260
b/4	-0.4324	+0.0588	+0.5657	+1.0920	+1.5732	+1.8140	+1.5951	+1.1305	+0.6074
b/2	-0.4953	-0.1809	+0.1589	+0.5657	+1.0606	+1.5951	+1.9919	+2.6449	+1.9577
3 b/4	-0.4508	-0.3299	-0.1809	+0.0588	+0.4719	+1.1305	+2.0449	+3.0841	+4.0292
b	-0.3776	-0.4508	-0.4953	-0.4324	-0.1260	+0.6074	+1.9577	+4.0292	+6.6762
$\theta = 0.75$ $\alpha = 1$									
0	0.6670	0.8035	0.9869	1.2018	1.3294	1.2018	0.9869	0.8035	0.6670
b/4	0.4351	0.5490	0.7110	0.9377	1.2018	1.3825	1.1128	1.1584	1.0233
b/2	0.2906	0.3804	0.5110	0.7110	0.9869	1.3128	1.5717	1.5976	1.5456
3 b/4	0.2030	0.2741	0.3804	0.5490	0.8035	1.1584	1.5976	2.0174	2.2623
b	0.1452	0.2030	0.2906	0.4351	0.6670	1.0233	1.5456	2.2623	3.1452

$\theta = 0.80$		$\alpha = 0$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	-0.2595	+0.4010	+1.0595	+1.6478	+1.9348	+1.6478	+1.0595	+0.4010	-0.2595
b/4	-0.4898	+0.0123	+0.5394	+1.1076	+1.6478	+1.9191	+1.6383	+1.0694	+0.4362
b/2	-0.4719	-0.1844	+0.1348	+0.5394	+1.0595	+1.6383	+2.0526	+2.0353	+1.8428
3b/4	-0.3530	-0.2834	-0.1844	+0.0123	+0.4010	+1.0694	+2.0353	+3.1419	+4.1195
b	-0.2094	-0.3510	-0.4719	-0.4898	-0.2595	+0.4362	+1.8423	+4.1195	+7.1154
$\theta = 0.80$		$\alpha = 1$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.6259	0.7738	0.9802	1.2308	1.3841	1.2308	0.9802	0.7738	0.6259
b/4	0.3923	0.5089	0.6812	0.9313	1.2308	1.4371	1.3426	1.1547	0.9971
b/2	0.2516	0.3389	0.4720	0.6812	0.9802	1.3426	1.6305	1.6381	1.5583
3b/4	0.1695	0.2353	0.3389	0.5089	0.7738	1.1547	1.6381	2.1023	2.3534
b	0.1177	0.1695	0.2516	0.3923	0.6259	0.9971	1.5588	2.3534	3.5539
$\theta = 0.85$		$\alpha = 0$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	-0.3753	+0.3351	+1.0539	+1.7161	+2.0493	+1.7161	+1.0539	+0.3351	-0.3753
b/4	-0.5289	-0.0290	+0.5074	+1.1126	+1.7161	+2.0255	+1.6839	+1.0113	+0.2705
b/2	-0.4412	-0.1858	+0.1081	+0.5074	+1.0539	+1.6839	+2.1214	+2.0271	+1.7181
3b/4	-0.2663	-0.2409	-0.1858	-0.0290	+0.3351	+1.0113	+2.0271	+3.1979	+4.1963
b	-0.0733	-0.2663	-0.4412	-0.5289	-0.3753	+0.2705	+1.7181	+4.1963	+7.5588

$\theta = 0.85$		$\alpha = 1$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.5852	0.7432	0.9723	1.2604	1.4420	1.2604	0.9723	0.7432	0.5852
b/4	0.3524	0.4703	0.6517	0.9242	1.2604	1.4941	1.3716	1.1473	0.9678
b/2	0.2170	0.3009	0.4343	0.6517	0.9723	1.3716	1.6897	1.6753	1.5660
3b/4	0.1409	0.2019	0.3009	0.4703	0.7432	1.1478	1.6753	2.1651	2.4385
b	0.0949	0.1409	0.2170	0.3524	0.5852	0.9678	1.5660	2.4385	3.5623
$\theta = 0.90$		$\alpha = 0$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	-0.1715	+0.2749	+1.0436	+1.7771	+2.1592	+1.7771	+1.0436	+0.2749	-0.1715
b/4	-0.5493	-0.0646	+0.4700	+1.1070	+1.7771	+2.1334	+1.7309	+0.9565	+0.1129
b/2	-0.4042	-0.1851	+0.0792	+0.4700	+1.0436	+1.7309	+2.1980	+2.0203	+1.5843
3b/4	-0.1919	-0.2028	-0.1851	-0.0646	+0.2749	+0.9565	+2.0203	+3.2519	+4.2579
b	+0.0299	-0.1919	-0.4042	-0.5493	-0.1715	+0.1129	+1.5343	+4.2579	+8.0034
$\theta = 0.90$		$\alpha = 1$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.5452	0.7119	0.9631	1.2903	1.5023	1.2903	0.9631	0.7119	0.5452
b/4	0.3155	0.4335	0.6224	0.9164	1.2903	1.5534	1.3996	1.1380	0.9359
b/2	0.1864	0.2663	0.3987	0.6224	0.9631	1.3996	1.7493	1.7094	1.5677
3b/4	0.1166	0.1722	0.2663	0.4335	0.7119	1.1380	1.7094	2.2658	2.5180
b	0.0762	0.1166	0.1864	0.3155	0.5452	0.9359	1.5677	2.5180	3.7710

$\theta = 0.95$ $\alpha = 0$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	-0.5476	+0.2205	+1.0283	+1.8308	+2.2647	+1.8308	+1.0283	+0.2205	-0.5476
b/4	-0.5520	-0.0942	+0.4231	+1.0711	+1.8308	+2.2413	+1.7788	+0.9051	-0.0352
b/2	-0.2619	-0.1823	+0.0470	+0.4291	+1.0283	+1.7788	+2.2821	+2.0152	+1.4425
3b/4	-0.1299	-0.1694	-0.1823	-0.0942	+0.2205	+0.9051	+2.0152	+3.3040	+4.3036
b	+0.1017	-0.1299	-0.3619	-0.5520	-0.5476	-0.0352	+1.4425	+4.3036	+3.4478
$\theta = 0.95$ $\alpha = 1$									
0	0.5064	0.6801	0.9526	1.3202	1.5662	1.3202	0.9526	0.6801	0.5064
b/4	0.2816	0.3985	0.5936	0.8079	1.3202	1.6143	1.4265	1.1255	0.9021
b/2	0.1596	0.2451	0.3654	0.5926	0.9526	1.4265	1.6052	1.7402	1.5641
3b/4	0.0961	0.1463	0.2351	0.3985	0.6801	1.1255	1.7402	2.3445	2.5920
b	0.0608	0.0961	0.1596	0.2816	0.5064	0.9021	1.5641	2.5920	3.8800
$\theta = 1$ $\alpha = 0$									
0	-0.6044	+0.1715	+1.0930	+1.8775	+2.5663	+1.8775	+1.0080	+0.1715	-0.6044
b/4	-0.5391	-0.1183	+0.3824	+1.0658	+1.8775	+2.3452	+1.8265	+0.8567	-0.1726
b/2	-0.3161	-0.1774	+0.0104	+0.3824	+1.0080	+1.8265	+2.5729	+2.0116	+1.2940
3b/4	-0.0796	-0.1402	-0.1774	-0.1183	+0.1715	+0.8567	+2.0116	+3.3546	+4.3335
b	+0.1460	-0.0796	-0.3161	-0.5391	-0.6044	-0.1726	+1.2940	+4.3335	+0.8915

$\theta = 1$ $\alpha = 1$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.4688	0.6482	0.9410	1.3499	1.6720	1.3499	0.9410	0.6482	0.4688
b/4	0.2506	0.3656	0.5652	0.8285	1.3499	1.6781	1.4523	1.1105	0.8667
b/2	0.1363	0.2070	0.3342	0.5652	0.9410	1.4523	1.8696	1.7679	1.5557
3b/4	0.0739	0.1239	0.2070	0.3656	0.6182	1.1105	1.7679	2.4213	2.5605
b	0.0484	0.0739	0.1363	0.2506	0.4688	0.8667	1.5557	2.6605	4.1892
$\theta = 1.1$ $\alpha = 0$									
0	-0.6652	+0.0880	+0.9531	+1.9518	+2.5621	+1.9518	+0.9531	+0.0880	-0.6652
b/4	-0.4770	-0.1515	+0.2842	+0.9925	+1.9518	+2.5643	+1.9130	+0.7675	-0.4129
b/2	-0.2209	-0.1626	-0.0403	+0.2842	+0.9531	+1.9130	+2.5717	+2.0089	+0.9824
3b/4	-0.0097	-0.0936	-0.1626	-0.1515	+0.0880	+0.7675	+2.0089	+3.4539	+4.3474
b	+0.1709	-0.0097	-0.2209	-0.4770	-0.6652	-0.4129	+0.9824	+4.3474	+0.7720
$\theta = 1.1$ $\alpha = 1$									
0	0.3985	0.5848	0.9142	1.4075	1.7691	1.4075	0.9142	0.5848	0.3985
b/4	0.1969	0.3055	0.5103	0.8771	1.4075	1.8095	1.5003	1.0740	0.7931
b/2	0.0985	0.1593	0.2763	0.5103	0.9142	1.5003	1.9915	1.8145	1.5263
3b/4	0.0527	0.0352	0.1592	0.3055	0.5848	1.0740	1.8145	2.5695	2.7813
b	0.0303	0.0527	0.0985	0.1969	0.3985	0.7931	1.5263	2.7813	4.6072

$\theta = 1.2$ $x = 0$									
	$-b$	$\frac{3b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	-0.6677	0.0199	0.3805	2.0050	2.7541	2.0050	0.3805	0.0199	-0.6677
b/4	-0.3656	-0.1685	0.1841	0.9978	2.0050	2.7777	1.9987	0.6851	-0.6038
b/2	-0.1317	-0.1424	-0.0900	0.1841	0.8805	1.9987	2.7876	2.0114	0.6620
3b/4	0.0279	-0.0594	-0.1424	-0.1685	0.0199	0.6851	2.0114	3.5547	4.3049
b	0.1439	0.0279	-0.1317	-0.3656	-0.6677	-0.6038	0.6620	4.3049	10.6635
$\theta = 1.2$ $x = 1$									
0	0.3352	0.5233	0.8334	1.1614	1.9124	1.1614	0.8334	0.5233	0.3352
b/4	0.1533	0.2534	0.4582	0.8520	1.1614	1.9466	1.5432	1.0306	0.7182
b/2	0.0706	0.1217	0.2304	0.4582	0.8834	1.5432	2.1156	1.8501	1.4827
3b/4	0.0348	0.0621	0.1217	0.2534	0.5233	1.0306	1.8501	2.7114	2.8817
b	0.0188	0.0348	0.0706	0.1533	0.3352	0.7182	1.4827	2.8817	5.0266
$\theta = 1.3$ $x = 0$									
0	-0.6266	-0.0365	0.7931	2.0413	2.9403	2.0413	0.7931	-0.0365	-0.6266
b/4	-0.2848	-0.1733	0.0898	0.7914	2.0413	2.9888	2.0633	0.6061	-0.7433
b/2	-0.0585	-0.1191	-0.1259	0.0898	0.7931	2.0633	3.0138	2.0173	0.3448
3b/4	0.6132	-0.0348	-0.1191	-0.1733	-0.0365	0.6061	2.0173	3.6614	4.2119
b	0.0975	0.0432	-0.0585	-0.2848	-0.6266	-0.7433	0.3448	4.2119	11.5520

$\theta = 1.3$ $x = 1$									
	$-b$	$\frac{3b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.2793	0.1648	0.8491	1.5105	2.0601	1.5105	0.8491	0.1648	0.2793
b/4	0.1182	0.2086	0.4093	0.8233	1.5101	2.0883	1.5808	0.9823	0.6446
b/2	0.0501	0.0923	0.1898	0.4093	0.8491	1.5808	2.2421	1.8761	1.4282
3b/4	0.0223	0.0434	0.0923	0.2086	0.1648	0.9823	1.8761	2.8483	2.9631
b	0.0115	0.0223	0.0501	0.1182	0.2793	0.6446	1.4282	2.9631	5.4455
$\theta = 1.4$ $x = 0$									
0	-0.5558	-0.0833	0.6947	2.0637	3.1479	2.0637	0.6947	-0.0833	-0.5558
b/4	-0.1892	-0.1691	0.0067	0.6006	2.0637	3.1979	2.1085	0.5281	-0.8337
b/2	-0.0058	-0.0948	-0.1461	0.0067	0.6947	2.1085	3.2447	2.0243	0.0415
3b/4	0.0445	-0.0173	-0.0948	-0.1691	-0.0833	0.5281	2.0243	3.7775	4.0743
b	0.0525	0.0445	-0.0058	-0.1892	-0.5558	-0.8337	0.0415	4.0743	12.4402
$\theta = 1.4$ $x = 1$									
0	0.2309	0.4101	0.8126	1.5538	2.2108	1.5538	0.8126	0.4101	0.2309
b/4	0.0905	0.1706	0.3642	0.7913	1.5538	2.2334	1.6136	0.9305	0.5739
b/2	0.0299	0.0698	0.1572	0.3642	0.8126	1.6136	2.3728	1.8935	1.3600
3b/4	0.0148	0.0301	0.0698	0.1706	0.4101	0.9305	1.8935	2.9810	3.0266
b	0.0070	0.0148	0.0299	0.0905	0.2309	0.5739	1.3600	3.0266	5.4643

$\theta = 1.5$		$\alpha = 0$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	-0.4676	-0.1217	0.5893	2.0738	3.5538	2.0738	0.5893	-0.1217	-0.4676
b/4	-0.1076	-0.1583	-0.0620	0.5700	2.0738	3.4055	2.1332	0.4499	-0.8768
b/2	0.0265	-0.0711	-0.1516	-0.0620	0.5893	2.1332	3.4761	2.0315	-0.2397
3b/4	0.0381	-0.0053	-0.0711	-0.1583	-0.1217	0.4499	2.0315	3.9049	3.8974
b	0.0189	0.6381	0.0265	-0.1076	-0.4676	-0.8768	-0.2397	3.8974	13.5556
$\theta = 1.5$		$\alpha = 1$							
0	0.1895	0.3597	0.7729	1.5909	2.3637	1.5909	0.7729	0.3597	0.1895
b/4	0.0628	0.1388	0.3215	0.7566	1.5909	2.3815	1.6400	0.3769	0.5074
b/2	0.0248	0.0523	0.1270	0.3215	0.7729	1.6400	2.5032	1.9028	1.2971
3b/4	0.0095	0.0208	0.0523	0.1388	0.3597	0.8769	1.5028	3.1105	3.0738
b	0.0042	0.0395	0.0248	0.0628	0.1895	0.5074	1.2971	3.0738	6.2832
$\theta = 1.6$		$\alpha = 0$							
0	-0.3723	-0.1521	0.4812	2.0727	3.5656	2.0727	0.4812	-0.1521	-0.3723
b/4	-0.0437	-0.1429	-0.1152	0.4624	2.0727	3.6130	2.1381	0.3712	-0.8790
b/2	0.0416	-0.0495	-0.1457	-0.1152	0.4812	2.1381	3.7055	2.0350	-0.4927
3b/4	0.0286	0.0025	-0.0495	-0.1429	-0.1521	0.3712	2.0350	4.0450	3.6864
b	-0.0013	0.0206	0.0416	-0.0437	-0.3723	-0.8790	-0.4927	3.6864	14.2177

$\theta = 1.6$		$\alpha = 1$							
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.1545	0.3139	0.7323	1.6215	2.5130	1.6215	0.7323	0.3139	0.1545
b/4	0.0519	0.1123	0.2829	0.7197	1.6215	2.5310	1.6616	0.8225	0.4458
b/2	0.0173	0.0390	0.1032	0.2829	0.7323	1.6616	2.6578	1.9056	1.2251
3b/4	0.0061	0.0142	0.0390	0.1123	0.3139	0.8225	1.9056	3.2174	3.1060
b	0.0025	0.0061	0.0173	0.0519	0.1545	0.4458	1.2251	3.1060	6.7001
$\theta = 1.7$		$\alpha = 0$							
0	-0.2784	-0.1745	0.3742	2.0605	3.7817	2.0605	0.3742	-0.1745	-0.2784
b/4	0.0020	-0.1245	-0.1533	0.3594	2.0605	3.8212	2.1251	0.2923	-0.8472
b/2	0.0444	-0.0310	-0.1301	-0.1533	0.3742	2.1251	3.9312	2.0329	-0.7136
3b/4	0.0188	0.0069	-0.0310	-0.1245	-0.1745	0.2923	2.0329	4.1981	3.4463
b	-0.0104	0.0183	0.0444	0.0020	-0.2784	-0.8472	-0.7136	3.4463	15.1058
$\theta = 1.7$		$\alpha = 1$							
0	0.1253	0.2726	0.6909	1.6456	2.6733	1.6456	0.6909	0.2726	0.1253
b/4	0.0390	0.0904	0.2478	0.6813	1.6456	2.6838	1.6779	0.7683	0.3395
b/2	0.0120	0.0290	0.0336	0.2478	0.6909	1.6779	2.7753	1.9023	1.1512
3b/4	0.0039	0.0097	0.0290	0.0904	0.2726	0.7683	1.9023	3.3697	3.1244
b	0.0015	0.0039	0.0120	0.0390	0.1253	0.3395	1.1512	3.1244	7.2209

$\theta = 1.8$ $\alpha = 0$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	-0.1920	-0.1389	0.2714	2.0376	4.0009	2.0376	0.2714	-0.1389	-0.1920
b/4	0.0310	-0.1044	-0.1775	0.2623	2.0376	4.0311	2.0963	0.2140	-0.7391
b/2	0.0394	-0.0161	-0.1101	-0.1775	0.2714	2.9963	4.1527	2.0233	-0.9001
3b/4	0.0104	0.0088	-0.0161	-0.1044	-0.1839	0.2140	2.0233	4.3641	3.1820
b	-0.0122	0.0101	0.0394	0.0310	-0.1920	-0.7391	-0.9001	3.1820	15.9944
$\theta = 1.8$ $\alpha = 1$									
0	0.1010	0.2358	0.6492	1.6633	2.8293	1.6633	0.6492	0.2358	0.1010
b/4	0.0291	0.0725	0.2161	0.6420	1.6633	2.3372	1.6889	0.7150	0.3386
b/2	0.0083	0.0215	0.0674	0.2161	0.6492	1.6839	2.9154	1.8938	1.0767
3b/4	0.0025	0.0066	0.0215	0.0725	0.2358	0.7150	1.8938	3.4868	3.1503
b	0.0009	0.0025	0.0083	0.0291	0.1010	0.3386	1.0767	3.1503	7.5398
$\theta = 1.9$ $\alpha = 0$									
0	-0.1170	-0.1957	0.1754	2.0042	4.2218	2.0042	0.1754	-0.1957	-0.1170
b/4	0.0465	-0.0839	-0.1896	0.1716	2.0042	4.2432	2.0540	0.1377	-0.7121
b/2	0.0308	-0.0050	-0.0882	-0.1896	0.1754	2.0540	4.5701	2.0047	-1.9512
3b/4	0.0042	0.0090	-0.0050	-0.0839	-0.1957	0.1377	2.0047	4.5422	2.3980
b	-0.0101	0.0042	0.0308	0.0165	-0.1170	-0.7121	-1.9512	2.3980	16.3329

$\theta = 1.9$ $\alpha = 1$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0.0811	0.2032	0.6077	1.6748	2.9857	1.6748	0.6077	0.2032	0.0811
b/4	0.0217	0.0579	0.1877	0.6024	1.6748	2.9916	1.6950	0.6632	0.2931
b/2	0.0057	0.0159	0.0541	0.1877	0.6077	1.6950	3.0578	1.8806	1.0034
3b/4	0.0016	0.0045	0.0159	0.0579	0.2032	0.6632	1.8806	3.6103	3.1250
b	0.0006	0.0016	0.0057	0.0217	0.0811	0.2931	1.0034	3.1250	7.9587
$\theta = 2$ $\alpha = 0$									
0	-0.0537	-0.1954	0.0878	1.9607	4.4436	1.9607	0.0878	-0.1954	-0.0537
b/4	0.0515	-0.0641	-0.1917	0.0884	1.9607	4.4575	2.0003	0.0647	-0.6232
b/2	0.0215	0.0027	-0.0666	-0.1917	0.0878	2.0003	4.5839	1.9758	-1.1674
3b/4	0.0003	0.0030	0.0027	-0.0641	-0.1954	0.0647	1.9758	4.7313	2.5986
b	-0.0067	0.0003	0.0215	0.0515	-0.0537	-0.6232	-1.1674	2.5986	17.7715
$\theta = 2$ $\alpha = 1$									
0	0.0643	0.1745	0.5668	1.6803	3.1423	1.6803	0.5668	0.1745	0.0643
b/4	0.0160	0.0461	0.1624	0.5629	1.6803	3.1466	1.6962	0.6133	0.2526
b/2	0.0039	0.0117	0.0433	0.1624	0.5668	1.6962	3.2023	1.8631	0.9307
3b/4	0.0010	0.0030	0.0117	0.0461	0.1745	0.6133	1.8631	3.7334	3.1093
b	0.0003	0.0010	0.0039	0.0160	0.0643	0.2526	0.9307	3.1093	8.3776

ANNEXE II

Tables donnant les valeurs du paramètre $10^4 \mu$ intervenant dans l'expression du moment fléchissant transversal, pour θ variant de 0,10 en 0,10 de 0 à 1 et de 0,20 en 0,20 de 1 à 2 et pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 1$.

$$\mu_x = \mu_0 + (\mu_1 - \mu_0) \sqrt{\alpha}$$

Les valeurs de μ_0 ont été calculées à l'aide de la formule suivante établie dans un de nos mémoires antérieurs ⁽¹⁾ (réf. [2], p. 768).

$$\begin{aligned} \mu_0 = & \frac{1}{2 \lambda b (\operatorname{sh}^2 2 \lambda b - \sin^2 2 \lambda b)} (2 \operatorname{sh} \lambda (b-y) \sin \lambda (b-y) \times \\ & \times [\operatorname{sh} 2 \lambda b \cos \lambda (b-e) \operatorname{ch} \lambda (b+e) - \sin 2 \lambda b \operatorname{ch} \lambda (b-e) \cos \lambda (b+e)] + \\ & + [\operatorname{ch} \lambda (b-y) \sin \lambda (b-y) - \operatorname{sh} \lambda (b-y) \cos \lambda (b-y)] \times [\operatorname{sh} 2 \lambda b [\sin \lambda (b-e) \operatorname{ch} \lambda (b+e) - \cos \lambda (b-e) \operatorname{sh} \lambda (b+e)] \\ & + \sin 2 \lambda b [\operatorname{sh} \lambda (b-e) \cos \lambda (b+e) - \operatorname{ch} \lambda (b-e) \sin \lambda (b+e)] \}. \end{aligned}$$

Dans cette formule, la notation λ a la même signification qu'à l'annexe I, à savoir :

$$\lambda = \frac{\pi}{l \sqrt{2}} \sqrt{\frac{\rho_r}{\rho_n}}$$

Les valeurs de μ_1 ont été calculées à l'aide de la formule suivante déduite d'une formule de Guyon (réf. [3], p. 714 — formule (48)).

$$\begin{aligned} \mu_1 = & \frac{-1}{4 \operatorname{Gsh}^2 \sigma} \left\{ \frac{[(\sigma \operatorname{ch} \sigma - 3 \operatorname{sh} \sigma) \operatorname{ch} \theta \beta - \operatorname{sh} \sigma \theta \beta \operatorname{sh} \theta \beta] [(\sigma \operatorname{ch} \sigma - \operatorname{sh} \sigma) \operatorname{ch} \theta \psi - \operatorname{sh} \sigma \theta \psi \operatorname{sh} \theta \psi]}{3 \operatorname{sh} \sigma \operatorname{ch} \sigma - \sigma} \right. \\ & + \frac{(\sigma \operatorname{ch} \sigma \operatorname{sh} \theta \beta - \operatorname{sh} \sigma \theta \beta \operatorname{ch} \theta \beta) [(2 \operatorname{sh} \sigma + \sigma \operatorname{ch} \sigma) \operatorname{sh} \theta \psi - \operatorname{sh} \sigma \theta \psi \operatorname{ch} \theta \psi]}{3 \operatorname{sh} \sigma \operatorname{ch} \sigma + \sigma} \\ & \left. + \sigma \operatorname{ch} \sigma \operatorname{ch} \theta \chi - \operatorname{sh} \sigma \operatorname{ch} \theta \chi - \theta \chi \operatorname{sh} \sigma \operatorname{sh} \theta \chi \right\}. \end{aligned}$$

Dans cette formule, les lettres $\beta, \psi, \sigma, \chi$, représentent les quantités suivantes :

$$\beta = \frac{\pi y}{b}; \quad \psi = \frac{\pi e}{b}; \quad \sigma = \pi \theta; \quad \chi = \pi - |\beta - \psi|.$$

⁽¹⁾ Le mémoire en question ne donne pas μ_0 , mais le moment par unité de longueur dans les entretoises, qui vaut

$$\mu_0 p b \sin \frac{\pi^2}{l^2}$$

De plus, nous devons signaler que la formule (63) du mémoire cité contient plusieurs erreurs, qui ont été corrigées dans les formules ci-dessus donnant μ_0 .

pour μ_0 , la formule est valable pour xy sinon changer e en $-e$ et y en $-y$.

$\theta = 0,10 \quad \quad \mu_e \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	2498,97	1249,55	0,02	1249,57	2499,46	1249,57	0,02	1249,55	2498,97
b/4	1757,08	966,50	175,85	614,85	1405,78	2196,90	488,16	1220,43	2928,88
b/2	936,71	546,42	156,11	234,24	624,71	1015,30	1406,00	702,86	2811,78
3 b/4	273,60	166,18	58,75	48,68	156,16	263,67	371,22	478,81	1913,46
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 0,10 \quad \quad \mu_L \cdot 10^4$									
0	2362,43	1171,09	19,13	1161,26	2384,75	1161,26	19,13	1171,09	2362,43
b/4	2157,68	1318,66	469,24	401,15	1303,37	2248,70	743,60	725,25	2176,30
b/2	1724,14	1172,64	614,29	42,08	551,07	1172,61	1830,26	27,16	1733,89
3 b/4	1006,72	733,96	457,94	147,97	118,39	425,83	751,11	1098,53	1032,85
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Le trait horizontal placé au-dessus de certaines valeurs signifie que celles-ci sont à affecter du signe — (moins).

$\theta = 0,20 \quad \quad \mu_e \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	2486,03	1244,01	1,36	1243,36	2491,39	1243,36	1,36	1244,01	2486,03
b/4	1746,08	961,62	176,69	609,75	1398,79	2191,16	486,79	1215,41	2916,92
b/2	930,42	543,69	156,71	231,12	620,41	1011,69	1405,10	699,81	2804,13
3 b/4	271,13	164,95	58,69	47,82	154,77	262,35	370,63	479,53	1911,22
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 0,20 \quad \quad \mu_L \cdot 10^4$									
0	1868,48	987,31	61,13	956,23	2116,23	956,23	61,13	987,31	1868,48
b/4	1726,92	1109,45	460,83	252,12	1066,17	2022,34	649,53	601,57	1793,15
b/2	1372,93	984,93	577,26	128,78	384,04	988,01	1714,20	70,49	1479,72
3 b/4	802,68	617,93	423,76	209,98	34,91	323,94	672,46	1098,43	897,28
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0.30$ $\mu_L \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	2430,54	1220,32	6,68	1216,98	2457,24	1216,98	6,68	1220,32	2430,54
b/4	1699,59	941,16	780,27	588,04	1369,22	2166,98	480,78	1194,73	2866,38
b/2	902,29	531,03	152,44	218,23	602,21	996,04	1400,41	686,99	2771,04
3b/4	262,19	160,87	59,16	43,76	148,90	257,13	368,85	483,68	1899,85
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 0.30$ $\mu_L \cdot 10^4$									
0	1401,34	787,36	102,49	734,11	1820,56	734,11	102,49	787,36	1401,34
b/4	1265,04	871,28	432,67	106,17	810,66	1764,92	532,20	480,50	1389,52
b/2	1008,36	771,37	511,06	194,52	219,10	782,81	1562,42	103,93	1210,92
3b/4	580,08	480,69	369,20	230,77	46,46	208,53	567,03	1072,77	762,33
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0.40$ $\mu_L \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	2291,58	1160,92	19,98	1150,91	2371,62	1150,91	19,98	1160,92	2291,58
b/4	1583,43	889,88	189,03	533,81	1295,13	2106,14	465,59	1142,73	2739,37
b/2	832,21	499,36	162,00	186,18	556,65	956,02	1383,43	654,74	2687,59
3b/4	239,86	150,62	60,23	13,72	134,24	243,97	364,25	494,02	1871,14
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 0.40$ $\mu_L \cdot 10^4$									
0	1016,48	616,52	131,42	546,21	1563,32	546,21	131,42	616,52	1016,48
b/4	884,18	660,13	186,37	1,08	596,47	1530,71	416,12	390,74	1059,01
b/2	678,83	568,19	431,71	233,21	79,05	584,56	1397,86	106,19	967,14
3b/4	393,82	353,78	303,33	227,65	102,61	107,35	455,09	1021,07	638,96
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0,50$ $\mu_0 \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	2040,37	1053,37	43,93	1031,30	2216,49	1031,30	43,93	1053,37	2040,37
b/4	1374,64	797,16	204,05	436,52	1161,01	1995,20	437,29	1048,52	2508,21
b/2	706,33	442,18	169,29	129,15	474,37	884,38	1365,60	596,33	2534,62
3 b/4	200,06	132,12	61,80	15,99	107,81	219,77	355,34	512,67	1818,14
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 0,50$ $\mu_1 \cdot 10^4$									
0	730,46	482,42	147,00	400,82	1355,96	400,82	147,00	482,42	730,46
b/4	603,93	489,95	332,01	61,65	432,79	1334,49	313,28	329,20	810,67
b/2	448,19	407,32	347,45	234,38	9,13	428,22	1244,07	82,57	795,12
3 b/4	256,51	249,96	237,73	206,78	132,44	28,59	349,92	954,51	584,70
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0,60$ $\mu_0 \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	1689,63	902,76	76,96	863,93	1998,94	863,93	76,96	902,76	1689,63
b/4	1086,58	667,68	222,69	302,76	973,34	1837,59	395,50	916,41	2181,16
b/2	535,55	362,57	176,30	52,08	359,80	780,81	1330,43	514,59	2315,19
3 b/4	146,09	106,43	63,05	7,62	71,19	184,92	341,30	538,58	1741,12
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 0,60$ $\mu_1 \cdot 10^4$									
0	525,16	379,21	152,18	290,92	1190,61	290,92	152,18	379,21	525,16
b/4	408,08	359,73	277,57	95,74	310,88	1173,99	227,79	285,27	626,21
b/2	289,55	285,32	270,58	216,67	63,35	305,67	1107,50	51,26	664,29
3 b/4	162,23	171,19	179,34	177,42	142,43	27,35	258,39	883,95	529,16
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0,70$ $\mu_r \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	1296,31	732,85	113,13	675,33	1752,80	675,33	113,13	732,85	1296,31
b/4	770,61	522,39	238,74	157,08	761,92	1655,12	343,88	767,02	1805,37
b/2	351,17	273,76	179,38	29,01	231,94	659,10	1234,03	422,52	2056,73
3 b/4	88,84	77,91	62,49	31,72	30,73	143,63	322,16	567,35	1648,27
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 0,70$ $\mu_r \cdot 10^4$									
0	378,84	299,42	150,19	207,76	1057,16	207,76	150,19	299,42	378,84
b/4	274,47	262,62	228,19	111,50	223,05	1042,95	159,49	250,89	488,45
b/2	184,44	196,68	206,11	190,75	93,41	212,21	990,50	20,84	561,01
3 b/4	100,41	114,49	131,60	146,11	139,55	64,11	182,70	816,07	484,37
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0,80$ $\mu_r \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	926,82	571,43	145,54	496,56	1517,67	496,56	145,54	571,43	926,82
b/4	485,19	385,68	245,90	27,23	561,62	1474,16	287,63	624,50	1437,49
b/2	190,26	191,09	174,58	96,49	112,98	535,32	1228,84	335,40	1793,25
3 b/4	40,26	51,62	58,87	50,49	6,18	101,29	298,48	593,22	1550,08
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 0,80$ $\mu_r \cdot 10^4$									
0	274,28	237,14	143,64	144,37	947,62	144,37	143,64	237,14	274,28
b/4	184,33	191,20	185,76	115,35	151,86	935,22	106,26	221,67	382,95
b/2	116,42	134,10	154,75	162,98	107,53	141,94	891,97	4,97	476,68
3 b/4	61,13	75,19	94,64	117,59	129,21	35,93	122,20	753,86	445,87
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 0,90^\circ$ $\mu_e \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	622,31	435,63	169,83	346,79	1317,38	346,79	169,83	435,63	622,31
b/4	264,93	272,56	241,08	79,41	393,92	1311,73	230,84	503,78	1113,99
b/2	73,57	123,99	160,53	140,45	16,72	420,82	1167,25	262,75	1547,25
3b/4	6,89	30,64	51,90	60,77	34,93	61,71	270,98	614,66	1453,58
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 0,90^\circ$ $\mu_t \cdot 10^4$									
0	199,16	188,10	134,39	95,74	856,34	95,74	134,39	188,10	199,16
b/4	123,81	139,05	150,39	114,33	100,28	845,74	65,38	195,66	301,29
b/2	72,96	90,79	115,15	136,64	111,53	89,53	809,39	25,24	406,28
3b/4	36,76	48,71	67,09	92,61	115,24	96,79	74,96	698,13	411,46
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 1^\circ$ $\mu_e \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	392,86	329,52	184,79	230,59	1159,04	230,59	184,79	329,52	392,86
b/4	115,59	186,55	225,03	133,25	274,70	1176,29	176,00	408,50	846,34
b/2	2,94	74,59	138,97	160,16	53,35	319,93	1101,38	207,09	1326,88
3b/4	11,13	15,65	42,36	62,61	54,31	26,67	240,52	623,36	1361,41
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 1^\circ$ $\mu_t \cdot 10^4$									
0	144,91	149,27	123,77	58,35	779,35	58,35	123,77	149,27	144,91
b/4	83,21	101,07	121,37	109,67	61,08	770,61	34,28	172,14	237,51
b/2	45,69	61,19	85,23	113,13	109,33	50,61	739,94	40,37	346,79
3b/4	21,89	31,23	47,06	71,89	100,07	100,02	38,69	648,68	380,11
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 1.2$ $\mu_0 \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	119.89	189.82	190.43	80.52	940.01	20.52	190.43	189.82	119.89
b/4	21.28	80.72	172.41	179.66	96.73	960.60	78.61	280.24	461.36
b/2	40.82	18.87	85.65	148.11	127.72	160.11	965.72	138.63	960.81
3 b/4	16.61	0.18	21.32	49.41	69.23	27.67	175.03	639.28	1130.69
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 1.2$ $\mu_1 \cdot 10^4$									
0	77.01	93.94	101.57	7.65	657.52	7.65	101.57	93.94	77.01
b/4	37.70	51.49	78.68	94.33	5.61	652.14	6.97	131.72	146.09
b/2	17.77	27.62	46.31	75.76	95.86	0.50	630.70	58.59	253.10
3 b/4	7.62	12.56	22.67	41.99	71.50	93.28	9.28	545.45	324.74
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 1.4$ $\mu_0 \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	4.52	110.66	173.96	0.46	800.87	0.48	173.96	110.66	4.52
b/4	44.25	29.94	115.04	170.04	7.22	811.41	18.40	203.33	225.72
b/2	28.73	1.79	40.02	107.08	145.02	50.30	238.52	107.84	678.90
3 b/4	7.92	3.82	5.60	28.99	63.40	60.73	110.98	631.45	1036.55
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 1.4$ $\mu_1 \cdot 10^4$									
0	41.03	59.01	80.99	21.50	566.53	21.50	80.99	59.01	41.03
b/4	17.12	28.35	50.82	77.34	21.17	563.55	29.97	99.51	92.34
b/2	5.48	12.49	25.19	49.93	78.82	26.63	549.01	66.05	183.42
3 b/4	2.60	4.97	9.83	23.04	48.77	79.01	34.32	500.77	277.52
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 1,6$ $\mu_0 \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	32,21	63,21	146,43	45,44	701,75	45,44	146,43	63,21	32,21
b/4	31,85	6,88	92,77	142,43	41,33	704,20	44,68	153,63	89,66
b/2	11,33	6,52	12,04	66,37	133,51	19,12	729,89	96,98	465,72
3b/4	1,37	3,21	1,86	12,28	48,15	74,93	54,88	611,31	898,05
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 1,6$ $\mu_1 \cdot 10^4$									
0	21,88	37,00	63,27	37,30	496,74	37,30	63,27	37,00	21,88
b/4	7,79	15,05	32,68	61,54	37,19	495,22	41,97	74,54	57,64
b/2	2,68	5,61	13,58	32,33	62,39	40,41	485,32	67,14	135,01
3b/4	0,88	1,94	5,02	13,28	32,34	63,61	47,92	448,41	237,18
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 1,3$ $\mu_0 \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	34,64	33,60	115,98	70,78	624,86	70,78	115,98	33,60	34,64
b/4	16,17	2,45	36,18	112,56	69,12	624,20	73,39	116,88	17,73
b/2	1,92	5,43	0,79	35,91	110,44	59,23	641,39	95,20	308,07
3b/4	0,78	1,68	3,46	2,19	31,21	75,17	9,66	583,39	774,27
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 1,3$ $\mu_1 \cdot 10^4$									
0	11,67	23,18	48,79	44,84	441,89	44,84	48,79	23,18	11,67
b/4	3,55	8,00	20,95	47,99	44,80	441,15	47,34	55,53	35,98
b/2	1,04	2,53	7,35	20,83	48,45	46,64	435,21	64,81	98,61
3b/4	0,29	0,76	2,33	7,31	21,06	49,70	52,81	405,74	202,70
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$\theta = 2$ $\mu \cdot 10^4$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	25,51	15,28	87,57	84,35	562,74	84,35	87,57	15,28	25,51
$b/4$	5,80	5,06	16,07	85,47	81,60	561,77	87,83	88,17	15,23
$b/2$	1,03	3,14	4,67	16,23	85,32	80,03	570,84	96,23	194,23
$3b/4$	0,75	0,47	2,57	23,20	16,92	66,85	24,21	551,10	664,16
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\theta = 2$ $\mu_L \cdot 10^4$									
0	6,23	14,52	37,25	47,34	397,82	47,34	37,25	14,52	6,23
$b/4$	1,62	4,26	13,39	36,88	47,33	397,47	48,65	41,23	22,46
$b/2$	0,41	1,15	3,97	13,35	37,11	48,33	393,81	60,67	72,02
$3b/4$	0,10	0,30	1,08	3,99	13,55	38,12	53,19	370,41	173,23
b	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ANNEXE III

Tables donnant les valeurs du paramètre τ_1 intervenant dans l'expression des moments de torsion dans le pont pour θ variant de 0,10 en 0,10 de 0 à 1, et de 0,20 en 0,20 de 1 à 2.

$$\tau_2 = \tau_1 \sqrt{\alpha}$$

Les valeurs ci-après de τ_1 ont été calculées à l'aide de la formule suivante, déduite d'une formule de Guyon (réf. [3], p. 712 — formule (45)).

$$\tau_1 = \frac{-1}{4 \sigma \operatorname{sh}^2 \sigma} \left\{ \frac{[(\sigma \operatorname{ch} \sigma - 2 \operatorname{sh} \sigma) \operatorname{sh} \theta \beta - \operatorname{sh} \sigma \theta \beta \operatorname{ch} \theta \beta] [(\sigma \operatorname{ch} \sigma - \operatorname{sh} \sigma) \operatorname{ch} \sigma \theta \psi - \operatorname{sh} \sigma \theta \psi \operatorname{sh} \theta \psi]}{3 \operatorname{sh} \sigma \operatorname{ch} \sigma - \sigma} + \frac{[(\operatorname{sh} \sigma + \sigma \operatorname{ch} \sigma) \operatorname{ch} \theta \beta - \operatorname{sh} \sigma \theta \beta \operatorname{sh} \theta \beta] [(2 \operatorname{sh} \sigma + \sigma \operatorname{ch} \sigma) \operatorname{sh} \theta \psi - \operatorname{sh} \sigma \theta \psi \operatorname{ch} \theta \psi]}{3 \operatorname{sh} \sigma \operatorname{ch} \sigma + \sigma} \pm (\sigma \operatorname{ch} \sigma \operatorname{sh} \theta \chi - \theta \chi \operatorname{sh} \sigma \operatorname{ch} \theta \chi) \right\}$$

Dans cette formule, les lettres β , ψ , σ et χ représentent les mêmes quantités qu'à l'annexe II, à savoir :

$$\beta = \frac{\pi l}{b}; \quad \psi = \frac{\pi e}{b}; \quad \sigma = \pi \theta; \quad \chi = \pi - |\beta - \psi|.$$

Le double signe correspond respectivement aux cas $\psi > \beta$ (+) ou $\psi < \beta$ (—).

Les valeurs de $\tau_{1/12}$, $\tau_{1/2}$, $\tau_{3/4}$ et τ_1 correspondant à $\theta = 0,66874$ figurant dans la table du paragraphe 5 ont été calculées par les formules développées dans notre mémoire antérieur sur les ponts à poutres multiples résistant à la torsion (réf. [4]).

Le bon accord des valeurs de τ_1 ainsi obtenues avec celles obtenues par interpolation linéaire entre les tables de τ_1 relatives à $\theta = 0,6$ et $\theta = 0,7$ respectivement, est une vérification très utile des calculs.

$\theta = 0,10$ τ_1									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,782269	0,592665	0,400704	0,203974	0	0,203974	0,400704	0,592665	0,782269
b/4	0,764554	0,502700	0,398568	0,209898	0,014256	0,190809	0,398065	0,600302	0,800060
b/2	0,749137	0,572731	0,394137	0,211105	0,021325	0,177600	0,388120	0,603244	0,815674
3 b/4	0,738237	0,565060	0,389733	0,210052	0,023748	0,171537	0,378267	0,599039	0,826808
b	0,734093	0,561926	0,387739	0,209163	0,024907	0,170072	0,375528	0,594942	0,831070
$\theta = 0,20$ τ_1									
0	0,372301	0,290201	0,203919	0,106383	0	0,106383	0,203919	0,290201	0,372301
b/4	0,343778	0,273403	0,199429	0,117934	0,024483	0,085993	0,199724	0,303048	0,401362
b/2	0,319149	0,256636	0,190917	0,118494	0,035423	0,062859	0,181658	0,307562	0,427400
3 b/4	0,301776	0,243722	0,182705	0,115450	0,038209	0,053011	0,163421	0,298800	0,445412
b	0,295152	0,238535	0,179012	0,113419	0,038157	0,050903	0,158596	0,290667	0,453939

Le trait horizontal placé au-dessus de certaines valeurs signifie que celles-ci sont à affecter du signe — (moins).

$\theta = 0,30$ τ_1									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,221892	0,185578	0,137782	0,078575	0	0,078575	0,137782	0,185578	0,221892
b/4	0,196531	0,165635	0,130944	0,087776	0,030094	0,050029	0,133392	0,201000	0,261410
b/2	0,169659	0,145975	0,119347	0,086094	0,041422	0,021003	0,109623	0,206014	0,292273
3 b/4	0,150227	0,130919	0,108522	0,080500	0,042754	0,010152	0,085476	0,192948	0,315890
b	0,143628	0,124846	0,103712	0,077264	0,041620	0,008365	0,079566	0,181199	0,325626
$\theta = 0,40$ τ_1									
0	0,152268	0,130349	0,103208	0,063414	0	0,063414	0,103208	0,130349	0,152268
b/4	0,127292	0,111344	0,093738	0,069252	0,030365	0,033995	0,100354	0,145295	0,180065
b/2	0,108795	0,093504	0,079543	0,062632	0,037330	0,004420	0,074104	0,140857	0,206087
3 b/4	0,100457	0,081183	0,066350	0,051724	0,032455	0,002257	0,047654	0,130007	0,223595
b	0,106909	0,073908	0,059301	0,042902	0,024576	0,001616	0,043422	0,111701	0,222116

$\theta = 0,50$ τ_1									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,105172	0,095299	0,080866	0,053775	0	0,053775	0,080866	0,095299	0,105172
b/4	0,078864	0,075848	0,070776	0,059255	0,033153	0,021666	0,078756	0,111855	0,135642
b/2	0,058113	0,057982	0,056985	0,052687	0,040231	0,010927	0,050161	0,117808	0,167610
3b/4	0,044124	0,044821	0,045108	0,043441	0,036564	0,018536	0,020961	0,099406	0,195574
b	0,038803	0,039547	0,039970	0,038766	0,033142	0,017981	0,015623	0,082777	0,208688
$\theta = 0,60$ τ_1									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,073775	0,070988	0,064756	0,046750	0	0,046750	0,064756	0,070988	0,073775
b/4	0,051771	0,053285	0,053937	0,049965	0,032755	0,014855	0,064342	0,087279	0,101037
b/2	0,035326	0,037925	0,040638	0,041838	0,037132	0,017318	0,035546	0,094126	0,131860
3b/4	0,024610	0,027001	0,029732	0,032019	0,031268	0,022248	0,006194	0,074765	0,160987
b	0,020572	0,022670	0,025095	0,027251	0,027134	0,020318	0,002042	0,056864	0,175646

$\theta = 0,70$ τ_1									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,052152	0,053401	0,052503	0,041256	0	0,041256	0,052503	0,053401	0,052152
b/4	0,034256	0,037735	0,041434	0,042347	0,031764	0,010221	0,053794	0,069142	0,076027
b/2	0,021699	0,025033	0,029197	0,033303	0,033616	0,020857	0,024125	0,076991	0,105220
3b/4	0,013858	0,016390	0,019701	0,023583	0,026291	0,023085	0,003037	0,057444	0,135063
b	0,010946	0,013017	0,015745	0,019029	0,021601	0,019921	0,005740	0,038855	0,151179
$\theta = 0,80$ τ_1									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,037038	0,040419	0,042939	0,036801	0	0,036801	0,042939	0,040419	0,037038
b/4	0,022754	0,026827	0,031975	0,035989	0,030416	0,007011	0,045799	0,055398	0,057632
b/2	0,013405	0,016600	0,021068	0,026538	0,027048	0,022623	0,018637	0,064191	0,081897
3b/4	0,007954	0,009998	0,013106	0,017370	0,021744	0,022382	0,008770	0,044957	0,115042
b	0,005835	0,007475	0,009570	0,013223	0,016877	0,018221	0,009950	0,026118	0,132501

$\theta = 0,90$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,028673	0,030736	0,035366	0,033105	0	0,033105	0,035366	0,030736	0,028673
b/4	0,015144	0,019112	0,024757	0,030640	0,028860	0,004781	0,039589	0,044793	0,043947
b/2	0,006306	0,011034	0,015246	0,021156	0,026611	0,023249	0,013695	0,054374	0,069109
3 b/4	0,004472	0,006119	0,008748	0,012799	0,017819	0,020894	0,012252	0,035752	0,099184
b	0,003112	0,004290	0,006183	0,009154	0,013012	0,016907	0,011960	0,016983	0,117851
$\theta = 1$									
0	0,018831	0,023428	0,029265	0,029937	0	0,029937	0,029265	0,023428	0,018831
b/4	0,010076	0,013616	0,019192	0,026077	0,027152	0,003234	0,034612	0,036439	0,033626
b/2	0,005146	0,007333	0,011038	0,016836	0,023362	0,023101	0,010120	0,046595	0,056576
3 b/4	0,002551	0,003750	0,005849	0,009421	0,014484	0,019024	0,014242	0,028783	0,086217
b	0,001658	0,002457	0,003867	0,006309	0,009917	0,013660	0,012605	0,010345	0,105925

$\theta = 1,2$									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,009700	0,013818	0,020451	0,024967	0	0,024967	0,020451	0,013818	0,009700
b/4	0,004494	0,006973	0,011676	0,019020	0,023803	0,001160	0,027411	0,024674	0,020011
b/2	0,001960	0,003261	0,005840	0,010694	0,017800	0,021669	0,005641	0,035455	0,038726
3 b/4	0,000840	0,001424	0,002618	0,005132	0,009485	0,015203	0,015716	0,019384	0,066923
b	0,000472	0,000809	0,001520	0,002990	0,005667	0,009569	0,011865	0,001980	0,088418
$\theta = 1,4$									
0	0,005028	0,008233	0,014503	0,021058	0	0,021058	0,014503	0,008233	0,005028
b/4	0,002008	0,003586	0,007507	0,013875	0,020590	0,000645	0,022332	0,016994	0,012030
b/2	0,001054	0,001598	0,003160	0,006782	0,013336	0,019447	0,003250	0,027911	0,027173
3 b/4	0,000278	0,000544	0,001249	0,002790	0,006127	0,011756	0,015444	0,013485	0,052990
b	0,000135	0,000266	0,000883	0,001405	0,003171	0,006435	0,010365	0,002513	0,075788

$\theta = 1,6$ τ_1									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,002622	0,004953	0,010401	0,017883	0	0,017883	0,010401	0,004953	0,002622
b/4	0,000908	0,001855	0,004410	0,010129	0,017700	0,000281	0,018536	0,011864	0,007292
b/2	0,000297	0,000647	0,001647	0,004256	0,009894	0,017118	0,001809	0,022211	0,018872
3b/4	0,000092	0,000209	0,000552	0,001514	0,003926	0,008933	0,014325	0,009613	0,042591
b	0,000038	0,000087	0,000235	0,000656	0,001753	0,004235	0,008129	0,004844	0,066315
$\theta = 1,8$ τ_1									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,001373	0,003002	0,007513	0,015238	0	0,015238	0,007513	0,003002	0,001373
b/4	0,000405	0,000965	0,002731	0,007397	0,015169	0,000121	0,015571	0,008366	0,004446
b/2	0,000115	0,000290	0,000877	0,002672	0,007295	0,014869	0,001031	0,018046	0,013348
3b/4	0,000031	0,000089	0,000253	0,000820	0,002501	0,006717	0,012959	0,006973	0,034608
b	0,000011	0,000029	0,000092	0,000305	0,000961	0,002749	0,006373	0,005932	0,058946

$\theta = 2$ τ_1									
	$-b$	$-\frac{3b}{4}$	$-\frac{b}{2}$	$-\frac{b}{4}$	0	$\frac{b}{4}$	$\frac{b}{2}$	$\frac{3b}{4}$	b
0	0,000721	0,001831	0,005451	0,013006	0	0,013006	0,005451	0,001831	0,000721
b/4	0,000182	0,000504	0,001696	0,005402	0,012980	0,000052	0,013173	0,005945	0,003308
b/2	0,000044	0,000130	0,000467	0,001674	0,005359	0,012827	0,000588	0,014832	0,009495
3b/4	0,000010	0,000030	0,000116	0,000443	0,001586	0,005014	0,011527	0,005121	0,028351
b	0,000004	0,000010	0,000036	0,000141	0,000523	0,001769	0,004910	0,006295	0,053052

REMERCIEMENTS

Les tables numériques reproduites dans ce mémoire ont été calculées sur notre demande par le Bureau de Calcul de l'Université de Liège. Nous adressons ici nos vifs remerciements à M. P. Ledoux, agrégé de faculté et directeur de ce Bureau, ainsi qu'à M. F. Ollelet, licencié en sciences mathématiques, attaché à ce Bureau, pour la célérité et le soin qu'ils ont déployés dans la réalisation de ces tables.