

Poutres-voiles

INTRODUCTION

Les poutres-voiles en béton constituent des éléments de parois fléchies dans leur plan moyen, de portée inférieure à trois fois la hauteur, pour lesquels la méthode des bielles et tirants (B-T) selon l'Eurocode 2 est applicable pour leur justification [clause 5.3.1 (3)].

Pour une première approche, cette étude concerne les poutres-voiles chargées verticalement reposant sur des appuis rigides ou ayant une même déformation.

Les modèles B-T à considérer dans les calculs sont identifiés pour les régions de discontinuité de structures usuelles de bâtiment [1 à 5]. Puis une justification des tirants, bielles et nœuds est présentée, de façon générale, pour les poutres-voiles à une travée soumises à des charges verticales uniformes en partie supérieure.

Un exemple numérique est traité dans le cas d'une poutre-voile à une travée supportant des planchers dans sa hauteur. Une comparaison des résultats obtenus est effectuée avec ceux donnés par la pratique française [6].

1. MODÉLISATION EN BIELLES ET TIRANTS

Nous limitons cette étude de modélisation aux régions de discontinuité des poutres-voiles isostatiques soumises à une charge verticale uniforme ou concentrée appliquée en partie supérieure ou inférieure. L'effet d'une ouverture est considéré dans le cas d'un chargement ponctuel.

Les poutres-voiles hyperstatiques, sans déformation et tassement différentiels des appuis, sont examinées dans le cas d'un chargement uniforme en partie supérieure.

1.1. Poutre-voile soumise à une charge uniforme

La modélisation B-T dépend du mode chargement en partie supérieure ou inférieure.

1.1.1. Chargement en partie supérieure

a) Poutre-voile isostatique

Le modèle B-T est issu de l'étude du champ de contraintes d'une plaque dans le domaine élastique linéaire, de portée L et de hauteur h , avec $h > L/3$ (Fig. 1).

Le bras de levier Z dépend de l'élancement de la poutre-voile L/h [4] :

soit $Z = 0,6 L$ pour $L/h \leq 1$;
 où $Z = 0,54 h + 0,06 L$ pour $1 \leq L/h \leq 2$;
 et $Z = 2/3 h$ pour $2 \leq L/h < 3$.

N.B. La position, e , du tirant inférieur T par rapport à la sous-face peut prendre la valeur [4] :

$e = 0,075 h$ pour $h < L$
 $e = 0,075 L$ pour $h \geq L$

Remarque 1. Lorsque l'élancement devient important ($2 < L/h < 3$), par analogie avec une poutre-voile soumise à une charge concentrée (Fig. 8), un modèle B-T et un modèle de poutre treillis peuvent être combinés. La part de la charge totale F équilibrée par le modèle de poutre treillis F_w/F (cf. § 1.2.1a), issue d'une interpolation, est donnée en prenant en compte l'effet d'un effort normal N_{sd} longitudinal et d'une charge résultante à la distance $a = L/4$ [3] :

$$\frac{F_w}{F} \approx \frac{(L/(2Z)) - 1}{3 - (N_{sd}/F)}, \text{ pour } 2 < \frac{L}{Z} \leq 3, \text{ avec } N_{sd} > 0 \text{ en traction.}$$

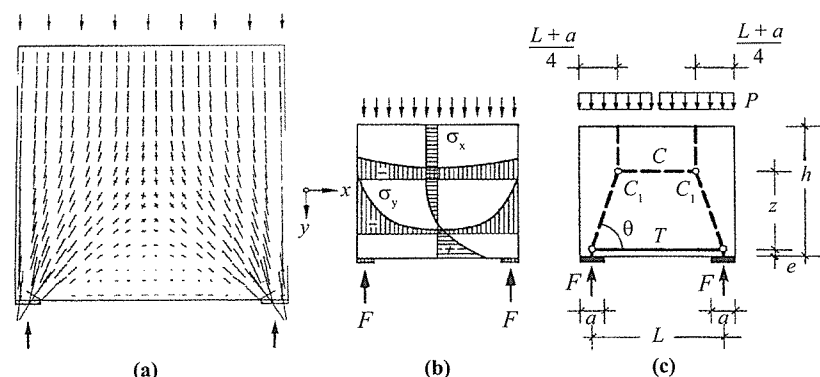


Figure 1. Modèle B-T pour une poutre-voile sur deux appuis chargée uniformément en partie supérieure [4] : a) champ des directions principales des contraintes ; b) distribution des contraintes normales σ_x, σ_y ($a/L = 0,1$) ; c) modèle primaire associé (non affiné).

Remarque 2. Par analogie avec la bielle d'appui d'une poutre-voile soumise à une charge concentrée (Fig. 7), le modèle affiné fait intervenir un tirant secondaire équilibrant l'effort transversal T_2 de fendage de la bielle d'appui soumise à l'effort C_1 (voir étude d'une poutre-voile, § 2.1).

b) Poutre-voile hyperstatique

La modélisation des poutres-voiles continues peu élancées (avec $L \leq h$) s'appuie sur une distribution des contraintes donnée par une analyse élastique linéaire (Fig. 2a) qui met en évidence des efforts résultants de traction et de compression formant un bras de levier plus faible sur appui qu'en travée.

Des modèles B-T sont proposés dans les recommandations de la FIP [5]. Les valeurs des bras de levier et des efforts dans les tirants (Fig. 2b, 3 et 4) supposent implicitement des *appuis rigides* (ou ayant la même déformation).

- Bras de levier :
 - travée de rive ou travée intermédiaire, $Z = 0,5 L$;
 - appui intermédiaire, $Z = 0,35 L$.
- Efforts dans les tirants :
 - travée de rive, $T = 0,16 qL$;
 - travée intermédiaire, $T = 0,09 qL$;
 - appui intermédiaire, $T = 0,2 qL$.

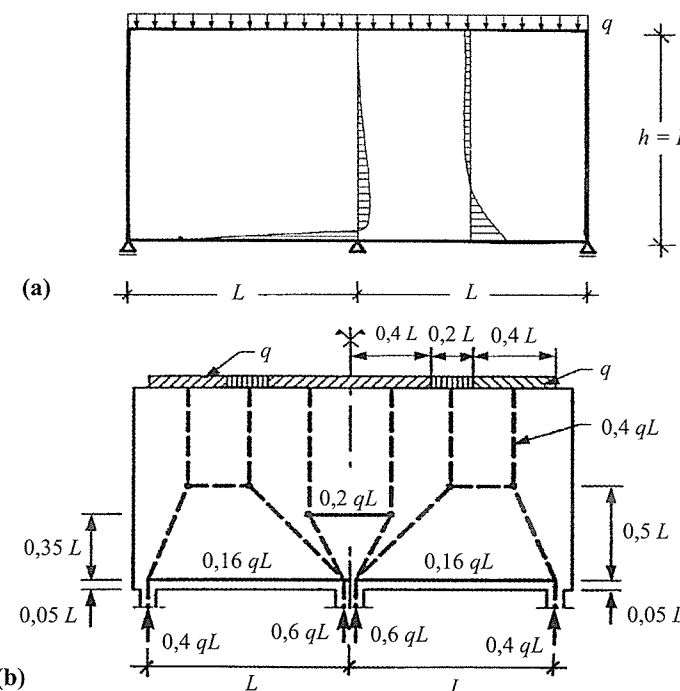


Figure 2. Modèle B-T pour une poutre-voile continue ($h \geq L$) sur trois appuis sous charge uniforme en partie supérieure (travées de rive) : a) distribution des contraintes normales σ_x [3] ; b) modèle primaire associé, avec réactions d'appui, bras de levier et efforts dans les tirants [5].

La disposition des armatures (Fig. 3) prend en compte la présence de *nœuds diffus* (cf. chap. 1, § 2.2. Remarque 2) aux extrémités du tirant situé au-dessus de l'appui intermédiaire qui imposent la répartition des aciers sur une hauteur de $0,6 L$ et une largeur de $0,4 L$ de part et d'autre de l'axe de l'appui. Outre les armatures équilibrant les efforts des tirants inférieurs, un quadrillage d'armatures secondaires est placé dans la hauteur active de la poutre-voile pour reprendre les efforts transversaux des bielles d'appui (cf. § 2.1, Fig. 19).

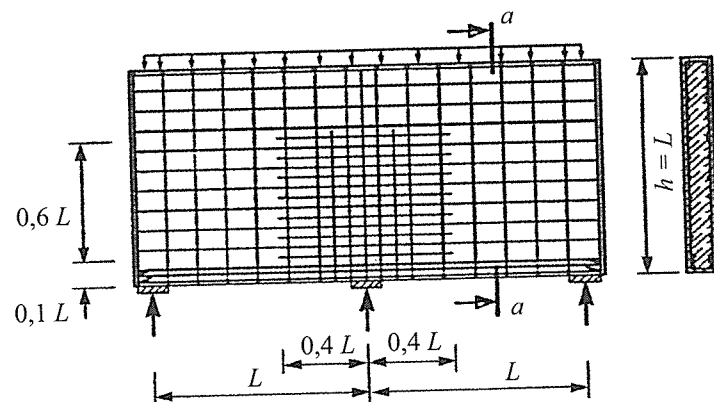


Figure 3. Disposition des armatures pour une poutre-voile continue ($h \geq L$) sous charge uniforme (travées de rive) [5].

N.B. Les poutres-voiles hyperstatiques s'avèrent sensibles aux déformations et aux tassements de leurs supports (murs ou poteaux). Elles réclament une analyse particulière pour identifier les modèles B-T adaptés. De façon générale, les déformations des appuis ou leurs tassements différentiels sont à prendre en compte dans la répartition des réactions d'appui. Ainsi, pour une poutre-voile à deux travées appuyée en rive sur des voiles et en partie intermédiaire sur un poteau (dont la déformation est plus élevée), cela peut conduire à la suppression de l'effort dans le tirant situé au-dessus de l'appui intermédiaire (avec moment positif sur cet appui). De même, de faibles tassements différentiels engendrent de fortes redistributions des réactions d'appui et des efforts internes correspondant. Il est donc nécessaire d'envisager les situations les plus défavorables pour le calcul de ces structures.

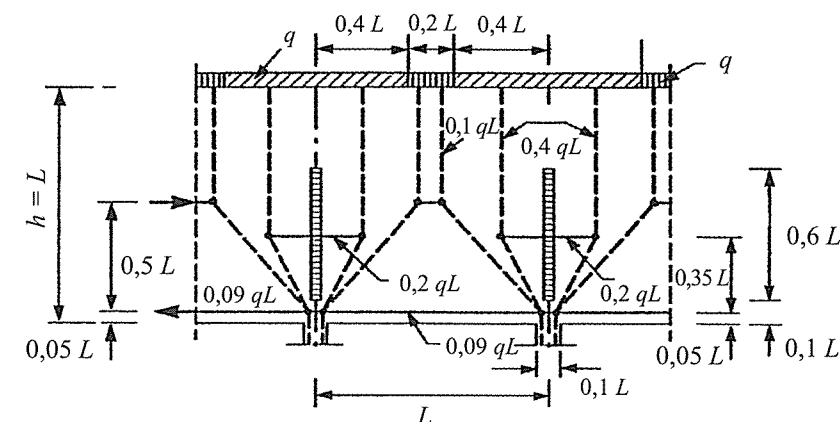


Figure 4. Modèle B-T pour une poutre-voile continue ($h \geq L$) [5] sous charge uniforme en partie supérieure (travées intermédiaires) : modèle primaire associé, avec bras de levier et efforts dans les tirants.

1.1.2. Chargement en partie inférieure

La modélisation B-T doit tenir compte du niveau de chargement, par le bas ou intermédiaire :

a) Chargement par le bas (Fig. 5)

Le modèle B-T fait intervenir deux tirants de suspen- des charges inférieures pour reporter les efforts de traction T_2 sur l'axe des bielles de compression C et C_1 .

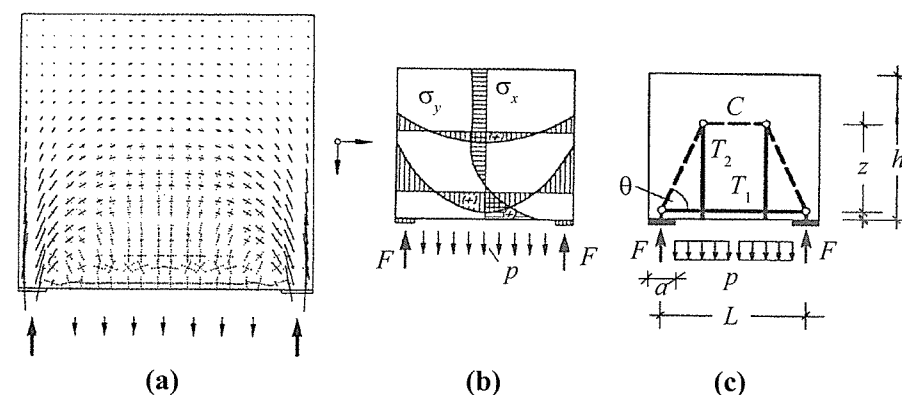


Figure 5. Modèle B-T pour une poutre-voile chargée uniformément par le bas [4] :
a) champ des directions principales des contraintes ;
b) distribution des contraintes normales σ_x , σ_y ($a/L = 0,1$) ;
c) modèle primaire associé avec tirant T_2 de suspen-.

La géométrie du modèle est assimilée à celle de la poutre-voile chargée en partie supérieure où $T_1 = T$ (cf. § 1.1.1).

Remarque 1. Afin de réduire l'ouverture des fissures, il est recommandé de limiter l'espacement des armatures de suspente à 15 cm [2, 4].

Remarque 2. En considérant le tracé des bielles comprimées, la hauteur des armatures de suspente peut être réduite à $0,8h$ au voisinage des appuis sur une distance égale à $L/4$.

Remarque 3. Le poids propre de la partie de la poutre-voile située sous les bielles comprimées doit être pris en compte dans le calcul des armatures de suspente.

b) Chargement intermédiaire (Fig. 6)

Le modèle B-T doit assurer la transition entre les modèles B-T précédents pour une charge uniforme située à la hauteur $h_1 < Z + e$.

Une partie de la charge uniforme sur la longueur L_2 , est équilibrée par des tirants de suspente reportant les efforts de traction T_2 sur l'arc comprimé dont la géométrie évolue pour assurer son équilibre (tracé funiculaire).

Remarque 1. L'inclinaison de la bielle à l'appui n'est pas affectée par la présence des tirants de suspente. Les efforts de compression C_1 et de traction T_1 ne sont pas, en conséquence, différents de ceux donnés par les modèles précédents.

Remarque 2. Les armatures de suspente doivent être disposées sur la largeur $2L_2$, en partie centrale de la poutre-voile (avec un espacement limité à 15 cm recommandé).

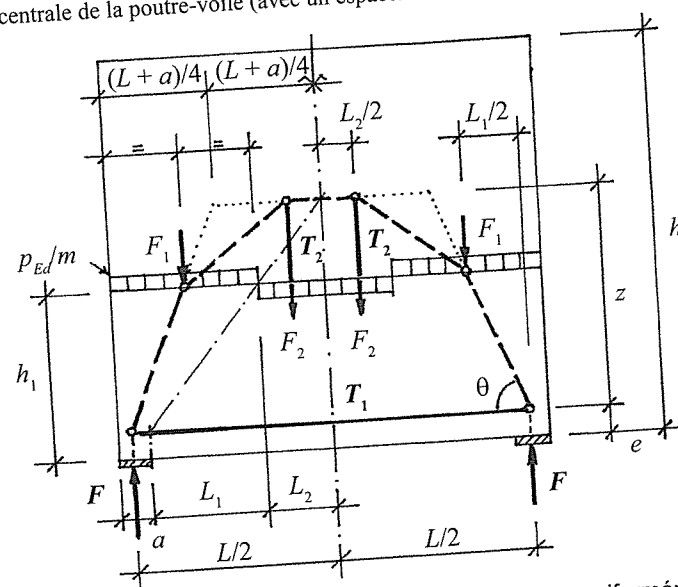


Figure 6. Modèle B-T pour une poutre-voile chargée uniformément en partie intermédiaire [9], $h < Z + e$.

1.2 Poutre-voile soumise à une charge concentrée

La modélisation B-T concerne le cas d'une charge concentrée F agissant à mi-portée, généralisable pour une position différente, appliquée en partie supérieure ou inférieure.

1.2.1 Chargement en partie supérieure

Les modèles B-T sont définis, comme précédemment, à partir du champ de contraintes d'une plaque dans le domaine élastique linéaire (Fig. 7 à 11).

a) Poutre-voile d'élancement $L/h \geq 1$

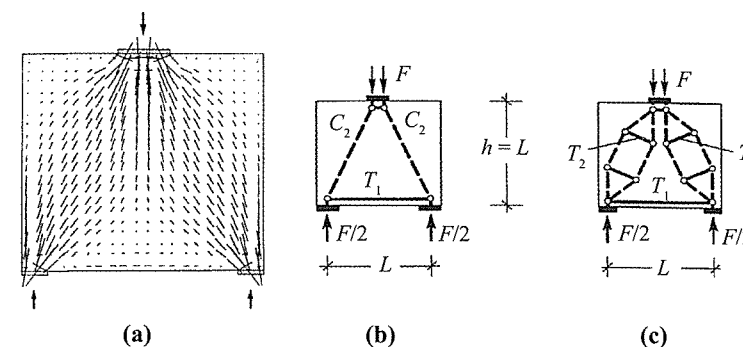


Figure 7. Modèle B-T pour une poutre-voile ($h = L$) soumise à une charge concentrée centrée en partie supérieure [4] : a) champ des directions principales des contraintes ; b) modèle primaire associé ; c) modèle affiné avec tirants secondaires T_2 .

- Pour un élancement $L/h = 1$

Le modèle B-T comporte deux bielles de transmission de la charge aux appuis lorsque $L/h = 1$.

- Pour un élancement $L/h > 1$

Pour une charge concentrée au voisinage d'un appui, le modèle B-T est combiné avec le modèle de poutre treillis (Fig. 8). La part de la charge F équilibrée par la poutre treillis F_w est donnée par interpolation en tenant compte de l'effet d'un effort normal N_{sd} longitudinal (traction positive) [3] :

$$\frac{F_w}{F} \approx \frac{((2a)/Z) - 1}{3 - (N_{sd}/F)}, \text{ pour } \frac{1}{2} \leq \frac{a}{Z} \leq \frac{3}{2}, \text{ avec } a \leq \frac{L}{2}.$$

Pour une charge concentrée centrée, en prenant $a \approx L/2$, il vient dans le domaine des poutres-voiles sous charge concentrée :

$$\frac{F_w}{F} = \frac{(L/Z) - 1}{3 - (N_{sd}/F)} \text{ pour } 1 \leq \frac{L}{Z} \leq 3.$$

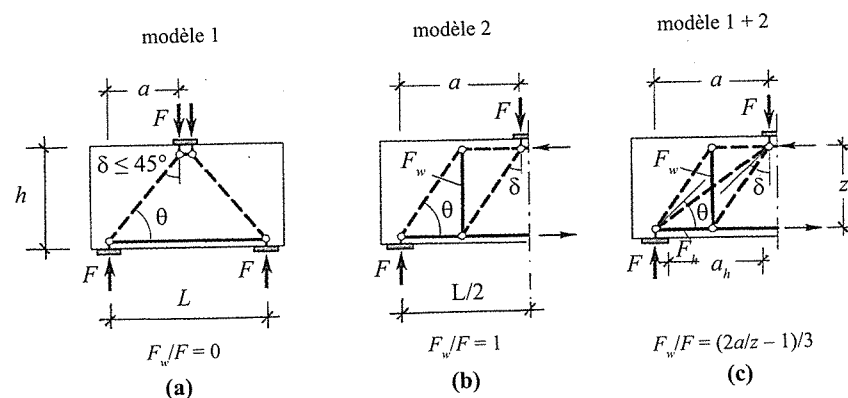


Figure 8. Modèles B-T pour une poutre-voile ($h \leq L$) soumise à une charge concentrée centrée en partie supérieure (avec $N_{sd} = 0$) [3] : a) élancement $a/z = 1/2$ (ou $L/z = 1$) ; b) élancement $a/z \geq 2$ (ou $L/z \geq 4$) ; c) élancement $1/2 \leq a/z < 2$ (ou $1 \leq L/z < 4$).

N.B. La position e du tirant inférieur T_1 (Fig. 7) par rapport à la sous-face peut prendre la valeur :

$$\begin{aligned} e &= 0,05 L, \text{ pour } L/h = 1 \text{ (poutre-voile)} ; \\ \text{si, } e &= 0,1 h, \text{ pour } L/h = 10 \text{ (poutre)} ; \\ e &= (5/900) L + (4/90) h, \text{ pour } 1 \leq L/h \leq 3. \end{aligned}$$

Remarque. Le modèle combiné intermédiaire justifie la réduction d'effort tranchant introduite dans le BAEL pour le calcul des armatures transversales d'âme au voisinage d'un appui pour une charge située à une distance inférieure à 1,5 fois la hauteur h du nu de cet appui (cf. chap. 2, § 1.1.1b, Remarque 2).

b) Poutre-voile d'élancement $L/h < 1$

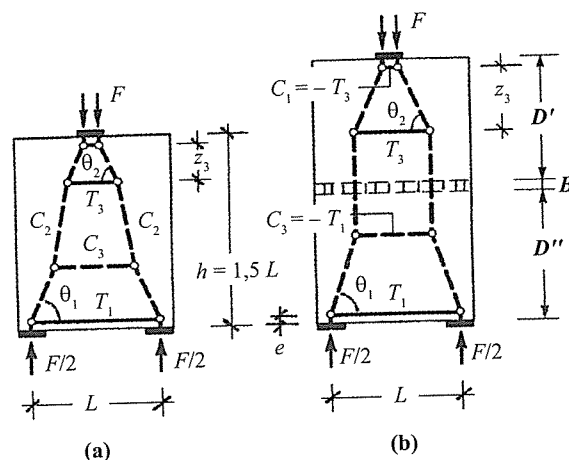


Figure 9. Modèles B-T primaires pour une poutre-voile ($h > L$) soumise à une charge concentrée en partie supérieure [4] : a) élancement $L/h = 2/3$; b) élancement $L/h \leq 1/2$.

Les inclinaisons des bielles θ_1 et θ_2 sont sensiblement constantes (Fig. 9) : $\tan \theta_1 \approx 2,4$ (soit $\theta_1 \approx 67^\circ$) et $\tan \theta_2 \approx 2$ (soit $\theta_2 \approx 63^\circ$).

Le bras de levier sous la charge Z_3 dépend de l'élancement de la poutre-voile [4] :

$$\begin{aligned} \text{soit } Z_3 &= 0,5 L, \text{ pour } L/h < 0,5 ; \\ \text{ou } Z_3 &= 0,4 h - 0,3 L, \text{ pour } 0,5 \leq L/h \leq 0,8 ; \\ \text{et } Z_3 &= 0,8 h - 0,8 L, \text{ pour } 0,8 < L/h < 1. \end{aligned}$$

N.B. La position e du tirant inférieur T_1 (Fig. 9) par rapport à la sous-face de la poutre-voile peut prendre la valeur :

$$\begin{aligned} e &= 0,05 L, \text{ pour } L/h = 1 ; \\ e &= 0,075 L, \text{ pour } L/h = 0,5 ; \\ e &= (0,10 - 0,05 L/h) L, \text{ pour } 0,5 < L/h < 1. \end{aligned}$$

Remarque. Lorsque $L/h < 0,5$, la charge concentrée F agit dans la région de discontinuité supérieure D' comme dans le cas d'une discontinuité partielle [clause 6.5.3(3)].

La région de discontinuité inférieure D'' correspond au cas d'un chargement uniforme de la poutre-voile (cas § 1.1.1a).

Il est possible de combiner, de cette manière, les modèles B-T types présentés dans ce chapitre I en fonction des régions de discontinuité concernées.

□ Cas d'une charge concentrée sur un bord

La poutre-voile ne transmet la charge qu'à un seul appui. Le modèle B-T prend une autre géométrie (Fig. 10).

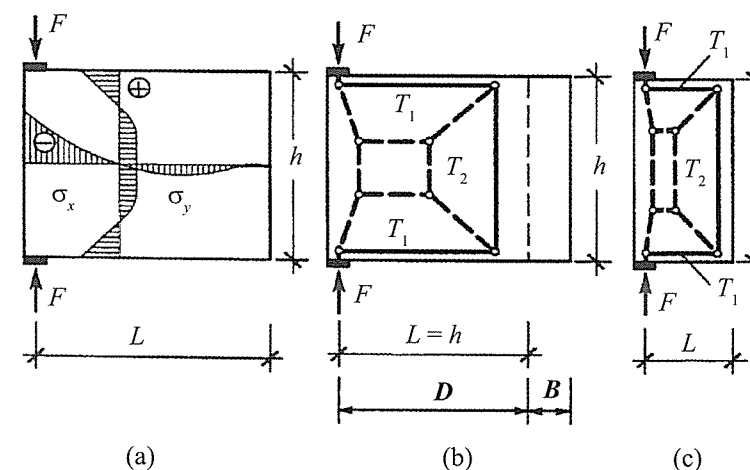


Figure 10. Modèles B-T pour une poutre-voile soumise à une charge concentrée sur un bord [4] : a) distribution des contraintes σ_x, σ_y ; b) modèle primaire associé $L/h \geq 1$; c) modèle primaire associé $L/h < 1$.

□ Cas d'un chargement symétrique sur les bords

La modélisation B-T fait apparaître la nécessité de tirants en parties inférieure et supérieure (Fig. 11).

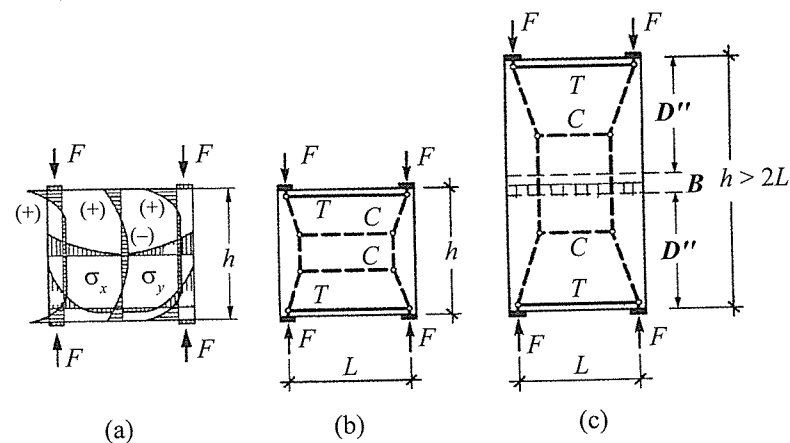


Figure 11. Modèles B-T pour une poutre-voile soumise à des charges concentrées symétriques sur les bords [4] : a) distribution des contraintes σ_x , σ_y ; b) modèle primaire associé $h = L$; c) modèle primaire associé $h > 2L$.

1.2.2. Chargement en partie inférieure

Les charges concentrées agissant en partie basse d'une poutre-voile doivent être suspendues de la même façon que dans le cas des charges uniformes (cf. § 1.1.2).

Pour des charges concentrées provenant d'une poutre-voile croisée reposant sur des poutres-voiles principales (appuis indirects), la transmission peut s'effectuer de trois façons [3] :

a) Transmission dans les angles inférieurs (Fig. 12a)

La réaction de la poutre-voile croisée intervient comme une charge concentrée suspendue à la poutre-voile principale. Les armatures verticales de suspente sont placées dans le volume commun aux poutres et au voisinage de l'intersection des poutres.

N.B. Des armatures horizontales peuvent être ajoutées pour assurer l'équilibre.

Remarque. Il est recommandé de placer les armatures de suspente à moins d'une fois et demie l'épaisseur des poutres-voiles.

b) Transmission par cisaillement (Fig. 12b)

La réaction de la poutre-voile croisée est transmise par cisaillement sur une hauteur h_1 plus importante de la poutre principale. Cela permet de ne pas concentrer

le nœud dans l'angle. En revanche, la réduction du bras de levier associé conduit à une augmentation des armatures principales équilibrant l'effort de traction du tirant inférieur de la poutre croisée.

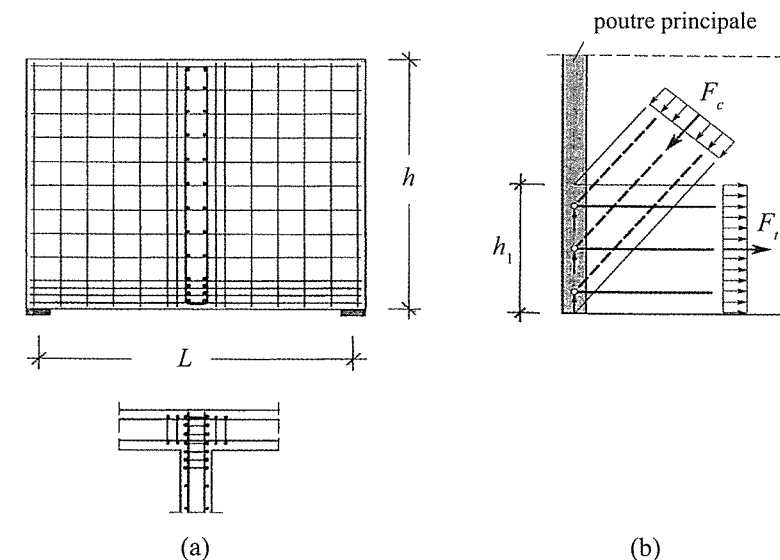


Figure 12. Chargement indirect inférieur d'une poutre-voile croisée sur une poutre-voile principale [3] : a) armatures de suspente de la réaction d'appui ; b) transmission par cisaillement sur une hauteur h_1 .

c) Transmission par élargissement du nœud d'angle (Fig. 13)

Compromis entre les dispositions précédentes, cette solution permet une meilleure distribution des forces près de l'appui sans réduire le bras de levier [3]. Les forces de traction T_3 et T_4 doivent, respectivement, assurer la transmission de la réaction d'appui T_2 et de l'effort de traction T_1 du tirant inférieur (Fig. 13.a).

La disposition des armatures équilibrant ces efforts matérialise l'élargissement du nœud dans l'angle du croisement des poutres-voiles (Fig. 13.b).

N.B. Il est recommandé [3] de placer ces armatures sur une hauteur h_1 et une largeur l_1 minimales, telles que : $h_1 = \min [0,5 L ; 0,5 h]$, et $l_1 = \min [0,3 L ; 0,4 h]$

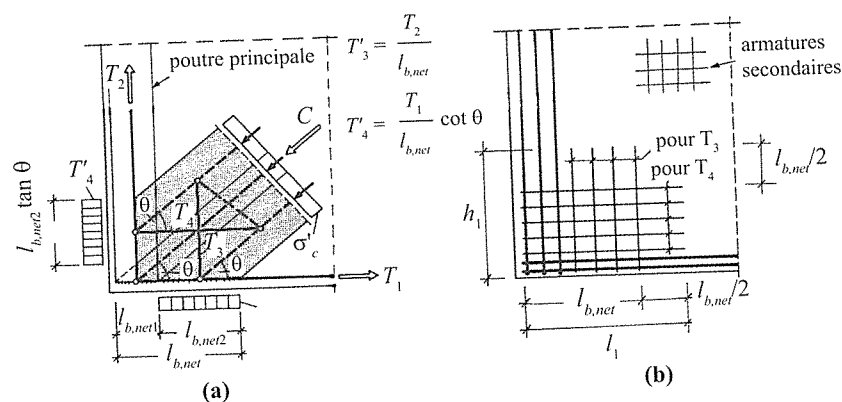


Figure 13. Transmission de la réaction d'appui inférieure à la poutre-voile principale [4] :
a) modèle B-T correspondant au nœud d'appui élargi de la bielle primaire ;
b) disposition des armatures associées [3, 4].

1.3. Prise en compte d'une ouverture dans une poutre-voile

La présence d'une ouverture dans une poutre-voile soumise à une charge concentrée excentrée (Fig. 14a) [7] modifie le tracé des isostatiques de compression (cf. Fig. 7a) que dans la région située à gauche de la charge, où se situe l'ouverture (Fig. 14b). Le modèle B-T doit tenir compte de ce nouveau champ de contraintes à gauche de la charge pour modéliser correctement cette structure.

La modélisation B-T doit distinguer la région située à droite de la charge, mettant en évidence la présence d'un fuseau d'isostatiques en compression révélant l'intervention d'une bielle inclinée d'appui, de celle située à gauche, plus complexe.

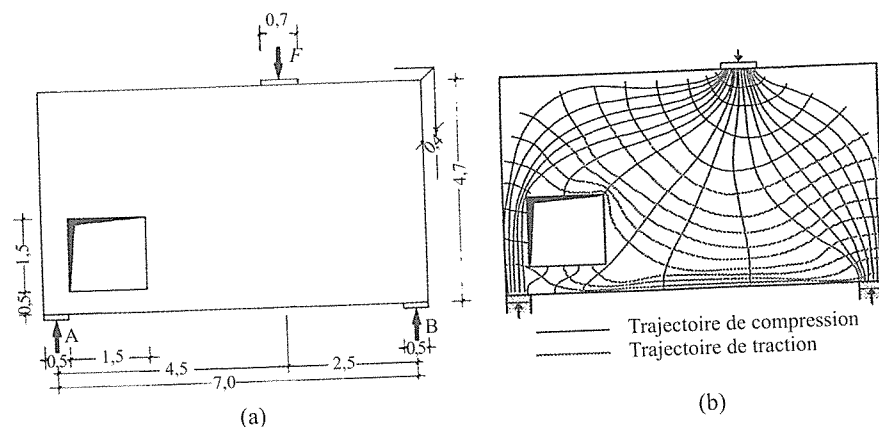


Figure 14. Poutre-voile avec ouverture soumise à une charge concentrée excentrée :
a) positions et dimensions [7] ; b) tracé des isostatiques [8].

1.3.1. Modélisation B-T à droite de la charge concentrée

La bielle d'appui transporte à l'appui de droite une partie, B , de la charge F (Fig. 15), avec $F = A + B$, et A et B = réactions des appuis à gauche et à droite (Fig. 14a) ; $A = F \cdot 2,5 / 7,0$ et $B = F \cdot 4,5 / 7,0$.

La charge B agit sur une longueur 0,45 m, proportionnellement à la charge F répartie sur la longueur de la plaque de 0,70 m (Fig. 14 a).

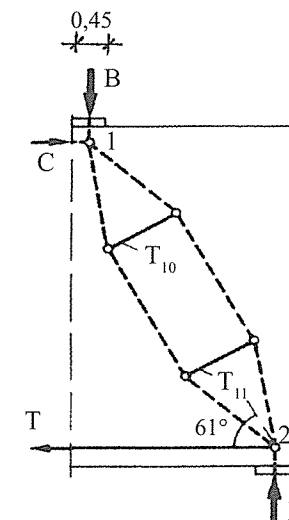


Figure 15. Modèle B-T (affiné) de la partie droite de la poutre-voile :
bielle d'appui inclinée avec tirants secondaires (contrôle du fendage) [7].

L'équilibre de cette partie impose l'intervention d'un effort de compression C (biellette horizontale) dans le nœud sous la charge, et d'un effort de traction T (tirant inférieur) dans le nœud au-dessus de l'appui de droite.

1.3.2. Modélisation B-T à gauche de la charge concentrée

La partie gauche fait posséder deux zones continues formant des éléments de poutre, d'une part, verticalement à l'aplomb de l'appui, à gauche de l'ouverture, et, d'autre part, horizontalement sous l'ouverture (Fig. 14a).

L'élément horizontal, de faible rigidité de flexion (Fig. 14b), peut être négligé dans la modélisation B-T. De son côté, l'élément vertical, de forte rigidité axiale, est soumis à un effort de compression et constitue un appui, à gauche, en haut de l'ouverture. Cette partie de la poutre-voile peut ainsi être considérée de manière analogue à celle de l'about d'une poutre de hauteur réduite modélisée par la combinaison de deux modèles B-T (cf. chap. 1, § 1.1.3b).

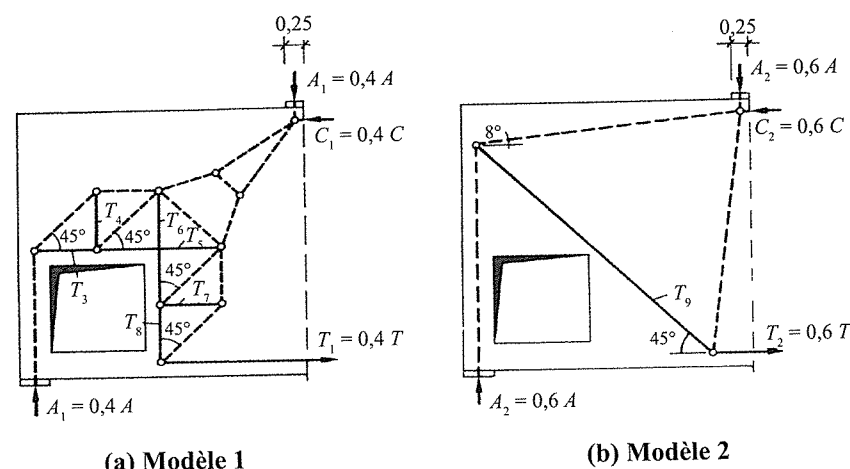


Figure 16. Modèles B-T de la partie gauche de la poutre-voile.

Combinaison des modèles 1 et 2, d'après [7] : a) modèle 1, sous la charge $A_1 = 0,4 A$; b) modèle 2, sous la charge $A_2 = 0,6 A$.

Dans cette double modélisation B-T (Fig. 16 a et b), les bielles convergent pour transporter à l'appui de gauche une partie, A , de la charge F agissant sur une longueur 0,25 m de la plaque de chargement, avec : $A = A_1 + A_2$, et A_1 et A_2 = réactions de l'appui gauche des modèles 1 et 2, où $A_1 = k_1 A$ (modèle 1) et $A_2 = k_2 A$ (modèle 2), k_1 et k_2 = coefficients de raideur relative des modèles 1 et 2.

En admettant que la raideur de la partie de gauche est inversement proportionnelle à la longueur développée, L_1 ou L_2 , des tirants de chacun des modèles 1 et 2 (cf. chap. 1, § 1.1.2), les coefficients de raideur relative, k_1 et k_2 , peuvent, par simplification, être évalués en considérant les rapports $k_1 \# L_2 / (L_1 + L_2) = 0,4$ et $k_2 \# L_1 / (L_1 + L_2) = 0,6$ (Fig. 16).

L'équilibre de cette partie gauche impose l'intervention d'un effort de compression C (avec $C = C_1 + C_2$, où $C_1 = k_1 C$ et $C_2 = k_2 C$) dans le nœud sous la charge, et d'un effort de traction T (avec $T = T_1 + T_2$ où $T_1 = k_1 T$ et $T_2 = k_2 T$) dans le nœud au-dessus de l'appui de gauche (Fig. 16).

1.3.3. Modélisation B-T complète de la poutre-voile

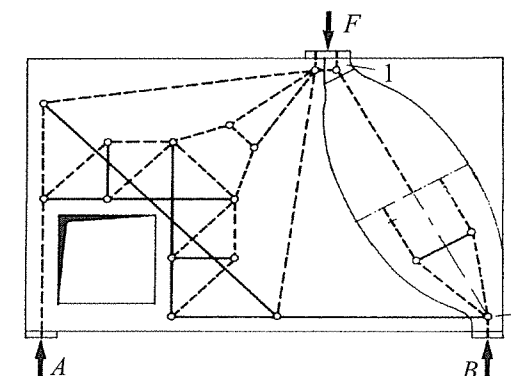


Figure 17. Modèle B-T complet de la poutre-voile [7].

La superposition des modèles B-T précédents permet d'obtenir la modélisation complète de la poutre-voile en présence d'une ouverture (Fig. 17). Il est ainsi possible de déterminer les efforts de traction équilibrés par les tirants et de déterminer les armatures principales nécessaires (Fig. 18).

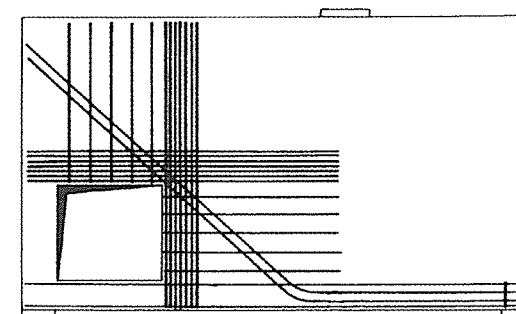


Figure 18. Disposition des armatures principales de la poutre-voile (sans le treillis des armatures secondaires) [7].

2. JUSTIFICATION DES TIRANTS, BIELLES ET NŒUDS : POUTRE-VOILE À UNE TRAVÉE CHARGÉE PAR LE HAUT

Après identification du modèle affiné, une justification générale est présentée dans le cas fréquent d'une poutre-voile isostatique, d'épaisseur b et d'élancement $H/L \geq 1$, chargée uniformément en partie supérieure. Les calculs sont conduits à l'ELU conformément aux articles de l'Eurocode 2 et à l'annexe nationale.

Remarque. Les parois fléchies peu sollicitées, *non armées ou faiblement armées*, peuvent être justifiées de manière analogue en prenant en compte les règles prescrites dans la section 12 de l'Eurocode 2, où, notamment, la résistance de calcul en compression f_{cd} est déterminée avec $\alpha_{cc} = 0,8$ [clause 12.3(1)].

2.1. Modélisation B-T affinée

La zone active, de la poutre-voile est limitée à une hauteur égale à L (région de discontinuité D). Le bras de levier $Z = 0,6 L$.

La position du tirant principal inférieur est fixé à $e = 0,15 L/2$. Les armatures principales sont disposées sur plusieurs lits, sur une hauteur $h = 0,15 L$.

La transmission des charges aux appuis est assurée par l'équivalent de deux *demi-bielles* sous charges concentrées engendrant un effort de fendage transversal équilibré par un tirant secondaire introduit dans le modèle affiné (Fig. 19).

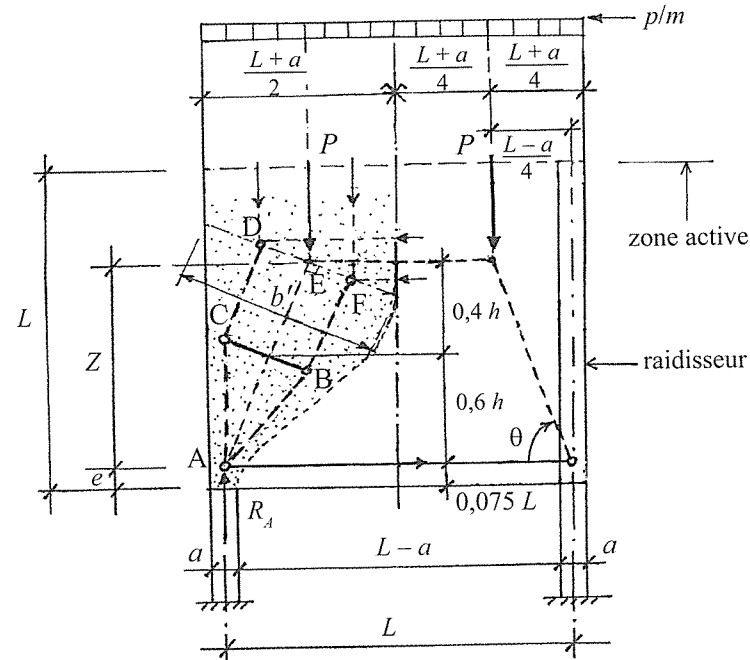


Figure 19. Modélisation B-T affinée d'une poutre-voile chargée uniformément par le haut ($H \geq L$) [9].

Remarque. Il est recommandé de prolonger les éléments porteurs formant appuis dans la partie active pour servir de raidisseur dans la hauteur de la poutre-voile.

2.2. Vérification des contraintes dans le nœud d'appui

Le nœud A est en compression-traction avec un tirant ancré dans une direction (Fig. 20) [clause 6.5.4(4)b] :

$$\sigma_{Rd, \max} = k_2 v' f_{cd}$$

où f_{cd} = contrainte de calcul en compression

f_{ck} = résistance caractéristique en compression

$v' = 1 - f_{ck}/250$

$k_2 = 0,85$ (valeur de l'annexe nationale).

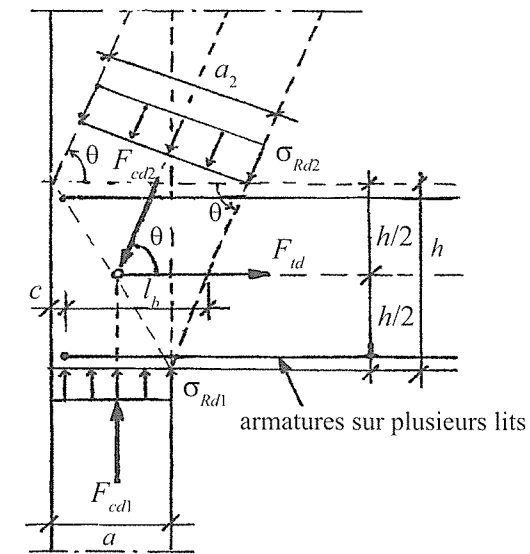


Figure 20. Détail du nœud sur appui.

a) Contrainte $\sigma_{Rd,1}$

$$\sigma_{Rd,1} = F_{cd,1} / ab \leq \sigma_{Rd, \max} ;$$

où $F_{cd,1} = R_{Ad}$

R_{Ad} = réaction d'appui de calcul à l'ELU

$R_{Ad} = P_{Ed}(L + a)/2$

avec P_{Ed} = charge de calcul /m.

Remarque. Les aciers de l'élément porteur formant appui peuvent être pris en compte dans cette vérification.

b) Contrainte $\sigma_{Rd,2}$

$$\sigma_{Rd,2} = \frac{F_{cd,2}}{a_2 b} \leq \sigma_{Rd, \max}$$

où $F_{cd,2} = F_{AE}$

avec F_{AE} = effort de compression dans la bielle primaire AE ; $F_{AE} = R_{Ad} / \sin \theta$
et $a_2 = a \sin \theta + h \cos \theta$.

2.3. Vérification des contraintes dans la bielle d'appui

La bielle qui se développe à partir de l'appui (Fig. 19) est en zone de compression fissurée (avec armatures transversales secondaires contrôlant le fendage), soit :
 $\sigma_{Rd, \max} = 0,6 v' f_{cd}$ [clause 6.5.2 (2)]

La largeur maximale de la bielle b' est estimée en considérant une demi-bielle AE : $b' = (L+a)/(2 \sin \theta)$.

La contrainte moyenne de calcul $\sigma_{c,2}$ dans la bielle vaut :

$$\sigma_{c,2} = \frac{F_{cd,2}}{S} \leq \sigma_{Rd, \max}$$

où S = section moyenne ; $S = (b' + a_2 b)/2$; b = épaisseur du voile.

2.4. Sections d'armatures [clause 6.5.3]

2.4.1. Armatures principales (tirant A A')

$$A_s = \frac{R_{Ad}}{\tan \theta f_{yd}}$$

où $R_{Ad} = P_{Ed} \frac{L+a}{2}$; $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$; $\tan \theta = \frac{4Z}{L-a}$

Remarque. Il convient d'ancrer ces armatures, disposées sur plusieurs lits, dans le nœud d'appui (Fig. 20), soit en utilisant des retours en U, soit au moyen de dispositifs d'ancrage [clause 9.7 (3)].

2.4.2. Armatures secondaires (tirant CB)

a) Effort de traction [clause 6.5.3 (3)]

En considérant une demi-bielle AE de longueur h' à l'appui placée dans une zone de discontinuité partielle (Fig. 19), l'effort de traction vaut :

$$T = \frac{F}{4} \left(\frac{b' - a'}{b'} \right) \text{ avec } b' < h'$$

où $a' = a_2$; $F = F_{AE}$; $h' = (H')/2 \cong Z/(\sin \theta)$ et b' = largeur maximale de la demi-bielle.

Cet effort est réparti sur une longueur de $0,8 h'$.

b) Armatures secondaires horizontales

$$A_h = T \sin \theta / f_{yd}$$

sur une hauteur de $0,8 h = 0,8 Z$.

Soit, par face de la poutre-voile : $A_h/m = A_h / 2(0,8) Z \geq A_{s,db \min}/m$

où $A_{s,db \min}/m$ = section minimale d'armatures sur chaque face par unité de longueur des poutres-voiles [clause 9.7 (2)].

$$A_{s,db \min} = \max [0,001 A_c ; 1,5 \text{ cm}^2/m]$$

avec A_c = section du voile par unité de longueur.

De plus, l'espacement s_h entre deux armatures : $s_h s_{h, \max} = \min [2b ; 30 \text{ cm}]$ [clause 9.7(2)], où b = épaisseur de la poutre-voile.

c) Armatures secondaires verticales

$$A_v = T \cos \theta / f_{yd}$$

sur une longueur de $0,8 Z / \tan \theta$.

Soit, par face de la poutre-voile : $A_v/m = A_v \cdot \tan \theta / 2(0,8) Z \geq A_{s,db \min}/m$

et $s_v \leq s_{v, \max} = s_{h, \max}$

Remarque. Lorsque des armatures de suspension de charges situées en partie inférieure de la poutre-voile sont nécessaires, il est recommandé de limiter l'espacement de ces barres verticales à 15 cm, afin de limiter l'ouverture des fissures [4].

3. APPLICATION : POUTRE-VOILE À UNE TRAVÉE

Soit un voile de refend d'épaisseur 20 cm d'un immeuble de 12 étages sur rez-de-chaussée, de 3,20 m de hauteur, repris par 2 poteaux de $50 \times 60 \text{ cm}^2$ [6] (Fig. 21). Les charges réparties des planchers sont équilibrées par la poutre-voile formée sur une hauteur de 2 étages ($h \approx L$).

• Matériaux :

– béton $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;

– acier $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

• Charges permanentes :

32 kN/m/ plancher + voile p.p. ($\gamma_{BA} = 2,45$) ;

$g = 13 \times 32 + 24,5 (0,2 \times 3,2 \times 12) = 604,2 \text{ kN/m}$.

- Charges d'exploitation :
 $13,5 \text{ kN/m/plancher}$;
 $q = 13 \times 13,5 = 175,5 \text{ kN/m}$.

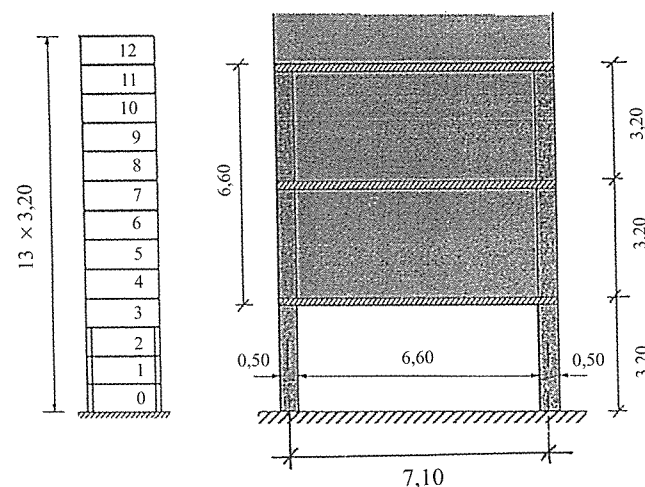


Figure 21. Élévation du voile et de la poutre-voile [6].

- Modélisation partielle (Fig. 22) :
 - portée entre axes $L = 6,60 + 0,50 = 7,10 \text{ m}$;
 - hauteur $h > L \rightarrow$ zone active $H = L$ (environ 2 étages) ;
 - bras de levier $Z = 4,12 \text{ m} = 0,58 L$ (*a priori*)

avec $\tan \theta = 2,5 \rightarrow \theta = 68,2^\circ$ ($\theta > 55^\circ$).

Remarque. Il est possible de prendre $Z = 0,6 L$ (travée isostatique)

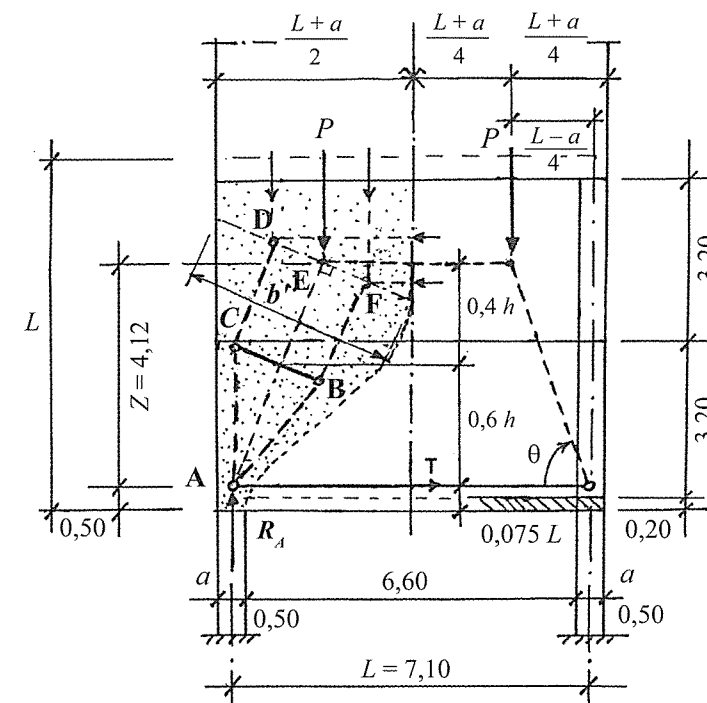


Figure 22. Modélisation partielle bielles-tirants (sans suspentes) de la poutre-voile sous charge uniforme.

3.1. Tirant principal

3.1.1. Effort de traction

$$T = \frac{R_{Ad}}{\tan \theta} = 1,64 \text{ MN}$$

avec $R_{Ad} = P_{Ed} \frac{L+a}{2} = 4,10 \text{ MN}$, où $P_{Ed} = 1,35 g + 1,5 q = 1\,078,9 \text{ kN/m}$.

3.1.2. Aciers principaux inférieurs

$$A_s = \frac{T}{f_{yk}/\gamma_s} = 37,7 \text{ cm}^2 > 36,7 \text{ cm}^2 \text{ [BAEL]}, \text{ avec } \gamma_s = 1,15.$$

Remarque 1. En prenant $Z = 0,6 L$, il vient $A_s = 36,44 \text{ cm}^2$ (\cong BAEL).

Soient, **6 lits de 2HA20** (A_S réelle = 37,7 cm²), sur une hauteur = 0,15 L \cong 1 m, soit un espacement $\frac{1-0,08}{5} = 18,4$ cm = 18,4 cm. Disposition horizontale en épingle.

Remarque 2. Selon l'EC2, la zone de traction est définie à partir de la distribution des contraintes données par la théorie élastique linéaire. La valeur donnée par le BAEL, 0,15 L, convient.

N.B. Si la dalle du plancher situé dans l'emprise du tirant est solidaire de la poutre-voile, il est possible de prendre en compte les armatures de la dalle placées parallèlement au voisinage du tirant dans le calcul de sa section résistante.

3.2. Bielles primaires

3.2.1. Effort de compression dans la bielle horizontale

$$C = T = 1,64 \text{ MN}$$

3.2.2. Effort de compression dans la bielle inclinée

$$C_1 = \frac{R_{Ad}}{\sin \theta} = 4(,42 \text{ MN}) \gg C$$

3.3. Vérification des contraintes dans le nœud d'appui (Fig. 23)

Nœud en compression-traction avec un tirant ancré dans une direction [clause 6.5.4 (4), b] :

$$\sigma_{Rd, \max} = 0,85 v' f_{cd} = 12,8 \text{ MPa} \quad (k_2 = 0,85)$$

$$\text{avec } f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \alpha_{cc} = 16,7 \text{ MPa}$$

$$\text{où } \alpha_{cc} = 1 ; \gamma_c = 1,5 ; v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0,9 \text{ [clause 6.5.2 (2)].}$$

$\sigma_{Rd, \max}$ peut être majoré de 10 % compte tenu du confinement du nœud assuré par des cadres resserrés au voisinage de l'appui du poteau, des armatures principales disposées sur plusieurs lits et de l'inclinaison θ de la bielle supérieure à 55° [clause 6.5.4 (5)]. Soit : $\sigma_{Rd, \max} = 12,8 \times 1,1 = 14,1 \text{ MPa}$.

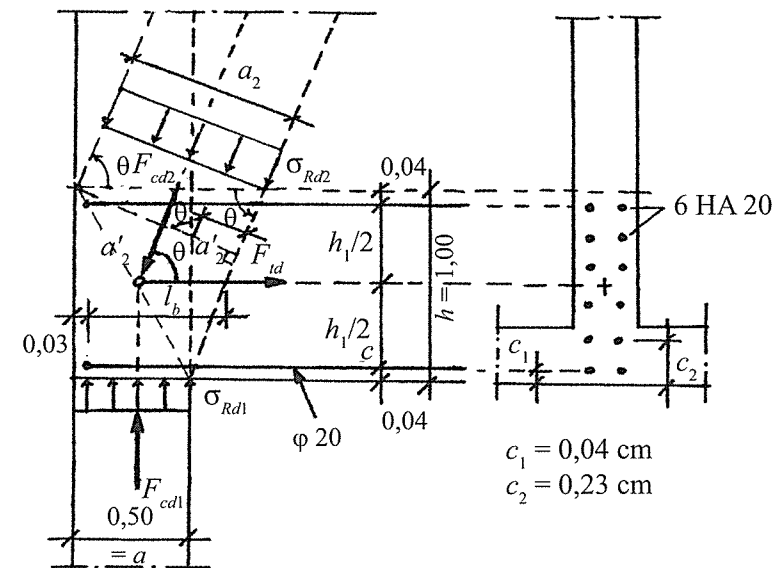


Figure 23. Détail du nœud sur appui.

$$\sigma_{Rd1} = \frac{4,1}{0,5 \times 0,6} = 13,7 \text{ MPa} < 14,1 \text{ MPa}$$

où $b = 0,60 \text{ m}$; $a = 0,50 \text{ m}$ (Fig. 24).

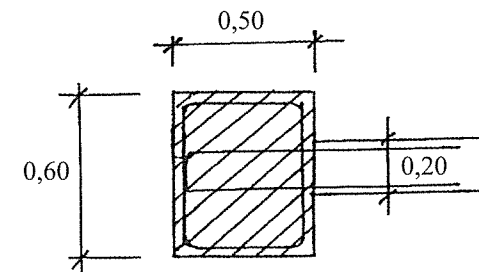


Figure 24. Section d'appui.

Remarque. Les aciers du poteau participent à la résistance dans la vérification des contraintes à l'appui : $R_A \leq V_{Rd} = \sigma_{Rd, \max} a_1 b + A_s f_{yk} / \gamma_s$.

$$\sigma_{Rd2} = \frac{F_{cd2}}{S_2} = 10,8 \text{ MPa} < \sigma_{Rd, \max}$$

avec $F_{cd2} = C_1 = 4,12 \text{ MN}$ et $S_2 = b' a'_2 + b'' a''_2 = 0,382 \text{ m}^2$ (Fig. 23 et 25),

où $a'_2 = a_2 - a''_2 = 0,30$ m, avec $a_2 = a \sin \theta + h \cos \theta = 0,84$ m, où $h = 1,00$ m ;
 $a = 0,50$ m et $a''_2 = \frac{a}{\sin \theta} = 0,54$ m .

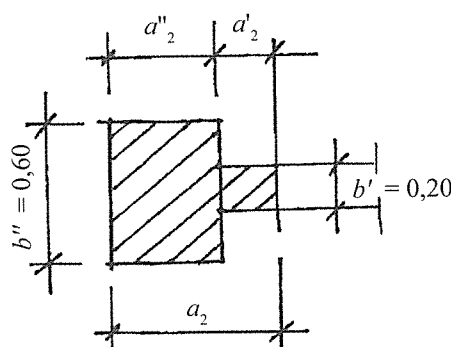


Figure 25. Section d'appui de la bielle primaire.

3.4. Vérification des contraintes dans la bielle d'appui (Fig. 22)

La bielle qui se développe à partir de l'appui est en zone de compression fissurée (avec la présence d'armatures transversales contrôlant le fendage), soit :

$$\sigma_{Rd, \max} = 0,6 \nu' f_{cd} = 9 \text{ MPa [clause 6.5.2 (2)]}$$

La largeur maximale b de la bielle d'appui (région discontinue) est estimée en considérant une demi-bielle de longueur $h' = z/\sin \theta = 4,44$ m, soit :

$$b = b' = (L + a)/(2 \sin \theta) = 4,09 \text{ m.}$$

La section moyenne : $S = (eb' + S_2)/2 = 0,60 \text{ m}^2$ avec $S_2 = 0,382 \text{ m}^2$.

$$\sigma_{c2} = \frac{F_{cd2}}{S} = 7,4 \text{ MPa} < \sigma_{Rd, \max}$$

avec $F_{cd2} = C_1 = 4,42 \text{ MN}$ et $e = 0,20$ m.

Remarque. La bielle horizontale supérieure, plus faiblement sollicitée ($C = 1,64 \text{ MN}$), n'est pas à vérifier.

3.5. Tirant secondaire (CB)

3.5.1. Effort de traction [clause 6.5.3 (3)]

En considérant une demi-bielle (de longueur h') à l'appui, placée dans une région de discontinuité partielle* (Fig. 22) :

$$T = \frac{F(b' - a')}{4} = 0,878 \text{ MN, avec } b' < H'/2$$

où $a' = a_2 = 0,84$ m ; $F = 4,42 \text{ MN} = C_1$

$H'/2 = Z/\sin \theta = 4,44 \text{ m} = h'$, avec $Z = 0,58 L = 4,12$ m

* Largeur de la bielle : $b' = 4,09 \text{ m} < 4,44 \text{ m} = h'$

L'effort de traction est réparti sur une longueur de $0,8 h'$.

3.5.2. Armatures secondaires horizontales

$$A_h = \frac{T \sin \theta}{f_{yk}/\gamma_s} = 18,75 \text{ cm}^2 < 45,29 \text{ cm}^2 \text{ (BAEL)}$$

sur une hauteur de $0,8 h = 0,8 Z = 3,30$ m (voir Remarque 1).

Soit : $A_h/m = 5,68 \text{ cm}^2/\text{m} \Rightarrow$ **5 lits de 2HA10/m** ($A_{sr} = 7,85 \text{ cm}^2/\text{m}$).

Soit, par face, $A_{h1} = 3,92 \text{ cm}^2/\text{m} > A_{s,dbmin/m}$ (voir Remarque 2)

où $A_{s,dbmin/m} = \max [0,001 A_C ; 1,5 \text{ cm}^2/\text{m}] = 2 \text{ cm}^2/\text{m}$ [clause 9.7]

avec $A_C = e \cdot 1 = 0,2 \text{ m}^2$

et $S_t = 0,20 \text{ m} < S_{tmax} = \min [2e ; 30 \text{ cm}] = 0,30 \text{ m}$ [clause 9.7].

Remarque 1. Le centre du tirant secondaire est situé à $0,4 h = 0,4 Z$ au-dessous de la bielle horizontale (Fig. 22). Soit, par rapport à l'axe du tirant principal, $0,6 Z = 0,35 L$. La zone armée, par simplification, est étendue à $(0,35 L - 0,075 L)/2 = 0,1375 L$ (Fig. 27).

Remarque 2. La prise en compte d'un tirant secondaire (modèle affiné) dans cette poutre-voile fortement sollicitée (13 planchers) conduit à une densité d'armatures secondaires supérieure à celle exigée dans les dispositions minimales complémentaires de l'EC2 pour les poutres-voiles.

3.5.3. Armatures secondaires verticales

$$A_t = \frac{T \cos \theta}{f_{yk}/\gamma_s} = 7,5 \text{ cm}^2$$

sur une longueur de $0,8 Z/\tan \theta = 1,32$ m, soit $A_{t/m} = 5,68 \text{ cm}^2/\text{m}$ (sans les suspentes).

□ Suspentes pour les planchers (1^{er} et 2^e étages)

Les charges à suspendre : la totalité du plancher du 1^{er} étage et une partie du plancher du 2^e étage correspondent respectivement aux efforts résultants P' et P'' dans les tirants verticaux du modèle complet bielles-tirants (Fig. 26).

Soit, par plancher :

$$p'_{Ed} = 1,35 g' + 1,5 q' = 84,7 \text{ kN/m}$$

$$\text{avec } g' = 32 + 24,5 (0,20 \times 3,20) = 47,7 \text{ kN/m}$$

$$q' = 13,5 \text{ kN/m}$$

$$\text{soit } A_s/m = \frac{0,0847}{500/(1,15)} = 1,95 \text{ cm}^2/\text{m}.$$

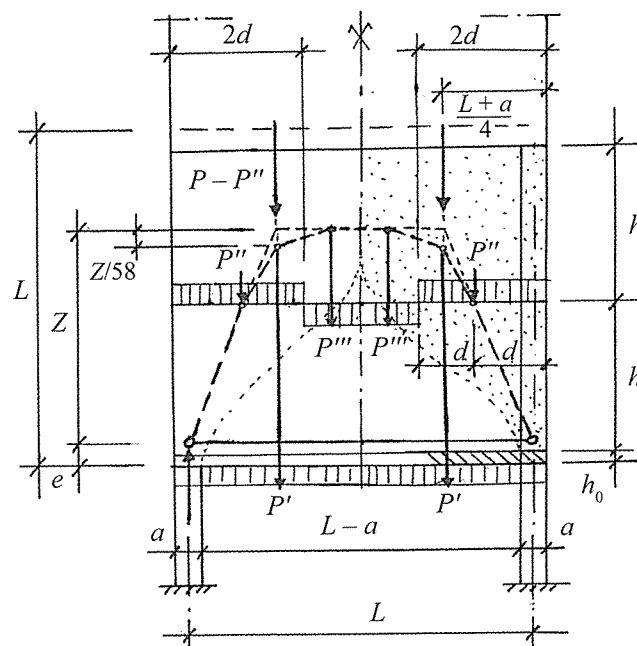


Figure 26. Modélisation complète bielles-tirants (avec suspentes).

□ Armatures verticales totales (Fig.27)

– zone des 2 étages inférieurs (sauf zone centrale du 2^e étage) :

$$A_{sv}/m = (A_s + A_t)/m = 7,63 \text{ cm}^2/\text{m} < \frac{75,95}{6,60} = 11,5 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ [BAEL]}$$

⇒ 5 cadres HA10 /m

$$A_{sr} = 7,85 \text{ cm}^2/\text{m} > A_{smin} = 4 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (2 faces)}$$

$$S_h = 20 \text{ cm} < S_{tmax}.$$

– zone centrale du 2^e étage inférieur :

$$A_{sv}/m = (2A_s + A_t)/m = 9,58 \text{ cm}^2/\text{m} < 11,5 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ [BAEL]}$$

⇒ 5 cadres HA10 /m + 5 cadres HA 8 /mm

$$A_{sr} = 10,7 \text{ cm}^2/\text{m} > A_{smin} = 4 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (2 faces)}$$

$$S_h = 10 \text{ cm} < S_{tmax}$$

Remarque 1. Le modèle B-T complet, intégrant les tirants de suspentes, est peu éloigné du modèle partiel (Fig. 22). L'écart maximal du tracé des bielles correspond à moins de 2 % du bras de levier Z ($Z/58$).

En pratique, la détermination d'un tracé précis des bielles n'est pas nécessaire pour justifier les nœuds d'appui et déterminer les armatures.

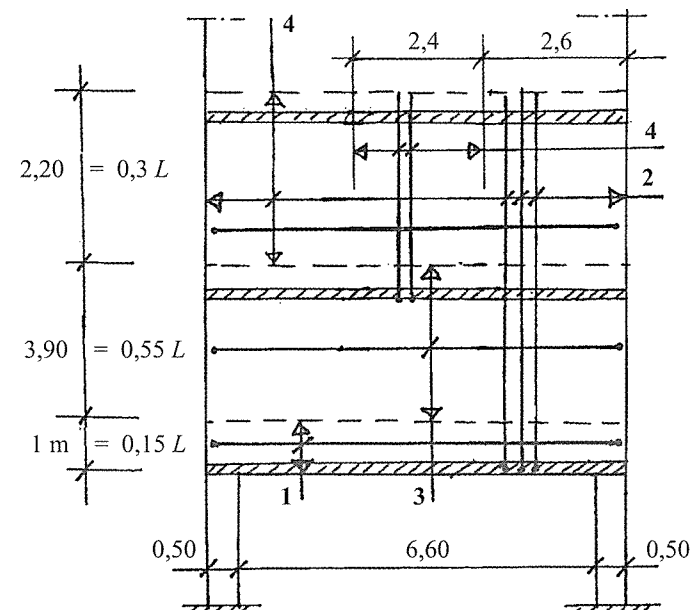
Remarque 2. Avec le BAEL, les charges à suspendre dues au plancher intermédiaire du 2^e étage sont prises forfaitairement pour moitié sur toute la largeur de la poutre-voile. La modélisation B-T de l'EC2 permet une détermination optimisée des suspentes.

3.6. Disposition des armatures

L'EC2 réclame des dispositions minimales [clause 9.7] dans la zone réputée active ($h = L$) de la poutre-voile : $A_{smin} = 4 \text{ cm}^2/\text{m}$ et S_t ou $S_h \leq 30 \text{ cm}$ (Fig. 27).

Soit $5 \times 2 \text{ HA}8/\text{m}$ ($A_s = 5 \text{ cm}^2/\text{m}$; $S = 20 \text{ cm}$).

Remarque. Les règles BAEL imposent des armatures entre les cotes L et $1,5 L$. L'EC2 ne considère que la partie réputée active ($h = L$). La partie supérieure est armée suivant les dispositions minimales des voiles.



- (1) $6 \times 2 \text{ HA}20$ (3) $5 \times 2 \text{ HA}10/\text{m}$ ($S_h = 20 \text{ cm}$)
 (2) $5 \times 2 \text{ HA}10/\text{m}$ ($S_t = 20 \text{ cm}$) (4) $5 \times 2 \text{ HA}8/\text{m}$ ($S_{ht} = 20 \text{ cm}$)

Figure 27. Schéma de ferrailage.

CONCLUSION

L'utilisation de la méthode des bielles et tirants introduite par l'Eurocode 2 permet un dimensionnement optimisé pour les chargements verticaux les plus fréquents des poutres-voiles. Elle couvre un champ plus général d'applications que celui des règles forfaitaires françaises.

La modélisation en bielles et tirants s'avère particulièrement adaptée au comportement de ces structures. Elle conduit à des réductions notables d'armatures par rapport à celles issues des règles BAEL. De plus, son analyse plus précise autorise une disposition des aciers plus conforme à la distribution des efforts internes, notamment, pour les armatures de suspente et pour la transmission de la réaction d'un appui indirect.

Les dispositions d'armatures minimales de l'Eurocode 2 offre la possibilité de supporter des chargements importants.

Dans le cas des poutres-voiles hyperstatiques, leur grande sensibilité aux déformations et aux tassements des appuis réclame des études particulières pour déterminer tous les modèles B-T appropriés, prenant en compte les cas les plus défavorables.

Bibliographie

- [1] SCHLAICH J., SCHÄFER K. – "Design and detailing of structural concrete using strut and tie models". *The structural Engineer*, vol. 69, n° 6, 19 March 1991.
- [2] LEONHARDT F. – I. « Poutres-cloisons structures planes chargées parallèlement à leur plan moyen » ; II. « Recommandations internationales du CEB pour le calcul et l'exécution des poutres-cloisons ». *Annales de l'ITBTP* n° 265, 1970, p. 115-172.
- [3] SCHÄFER K. – "Deep beams and discontinuity regions". *Structural Concrete, Textbook on behaviour, design and performance*, 7.3, vol. 3, FIB, December 1999.
- [4] SCHLAICH J., SCHÄFER K. – „Konstruieren im Stahlbetonbau“. *Beton Kalender*, 1998, Ernst Sohn, Berlin.
- [5] FIP – *Recommendations, Practical design of structural concrete*. FIP, September 1999.
- [6] THONIER H. (1995) – *Conception et calcul des structures de bâtiment*, Tome 3, Presses des Ponts et Chaussées, 1995.
- [7] SCHLAICH J., SCHÄFER K., JENNEWEIN M. – "Toward a Consistent Design of Structural Concrete". *Journal of the Prestressed Concrete Institut*, vol. 32, n° 3, mai-juin 1987.
- [8] WALTHER R. – *Construire en béton*. EPFL, 1993.
- [9] BOSCH J.-L. – « Calcul des poutres-voiles et voiles en console par la méthode des bielles et tirants selon l'Eurocode 2 ». *Annales du bâtiment et des travaux publics*, n° 4, août 2007.

CHAPITRE 6

Voiles en console

INTRODUCTION

Les voiles en console, dont le porte-à-faux est inférieur à une fois et demi la hauteur, constituent des éléments de parois fléchies dans leur plan moyen pour lesquels la méthode des bielles et tirants (B-T) selon l'Eurocode 2 est applicable pour leur justification [clause 5.3.1 (3)].

Cette étude porte sur les éléments en béton de voiles en console chargés verticalement de manière uniforme ou ponctuelle.

Les modèles B-T de l'ensemble voile-console à considérer dans les calculs sont identifiés pour les régions de discontinuité de structures usuelles de bâtiment [1, 2].

Puis, un exemple numérique est traité dans le cas d'un voile en console supportant des planchers dans sa hauteur. Une comparaison des résultats obtenus est effectuée avec ceux donnés par la pratique française [3, 5].

1. MODÉLISATION EN BIELLES ET TIRANTS

L'étude des modèles de bielles et tirants (dans les régions de discontinuité) de l'ensemble voile-console est limitée aux cas usuels de voiles en console soumis à une charge verticale uniforme ou concentrée appliquée en partie supérieure ou inférieure.

1.1. Voile en console soumis à une charge uniforme (Fig. 1)

Le modèle B-T est issu de l'étude du champ de contraintes de la région de discontinuité D d'une plaque dans le domaine élastique linéaire. Il est observé que la hauteur de la zone active de la console est limitée à deux fois la longueur, a , du porte-à-faux, lorsque la hauteur du voile $H \geq 2a$ [1].

La distribution des contraintes normales dans la section d'encastrement de la console sur le voile montre que les armatures principales doivent être réparties sur