

une hauteur comprise entre $0,8a$ et $2a$ au-dessus du bord inférieur de la console, lorsque $H \geq 2a$, et sur une hauteur $0,2 H$ à partir du bord supérieur, si $H = a$ [1].

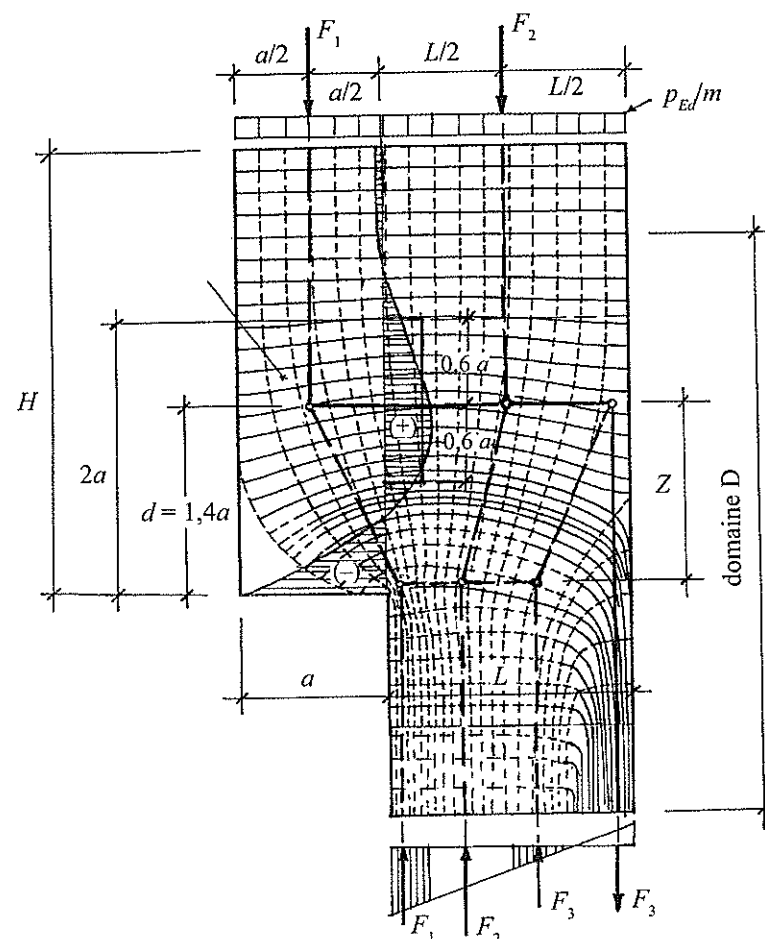


Figure 1. Trajectoires et distribution des contraintes dans un voile en console, avec le modèle B-T simple de l'ensemble voile-console sous charge uniforme [1].

Remarque. Il est possible d'interpoler les valeurs précédentes lorsque $a < H < 2a$. De même, lorsque $H < a < 1,5 H$, il convient de combiner par interpolation les résultats obtenus par le modèle B-T ($H = a$) et le modèle par flexion ($a = 1,5 H$).

N.B. Le bras de levier Z dépend de la hauteur du nœud d'appui de la bielle considérée (voir application § 2).

1.2. Voile en console soumise à une charge concentrée (Fig. 2)

Le modèle B-T correspond au cas d'une charge concentrée placée en tête, à l'extrémité de la console [2]. Il est généralisable lorsque des charges concentrées sont distribuées sur la hauteur en bout de console (action de façades) avec distribution des contraintes dans les régions B de régularisation des contraintes (Fig. 2).

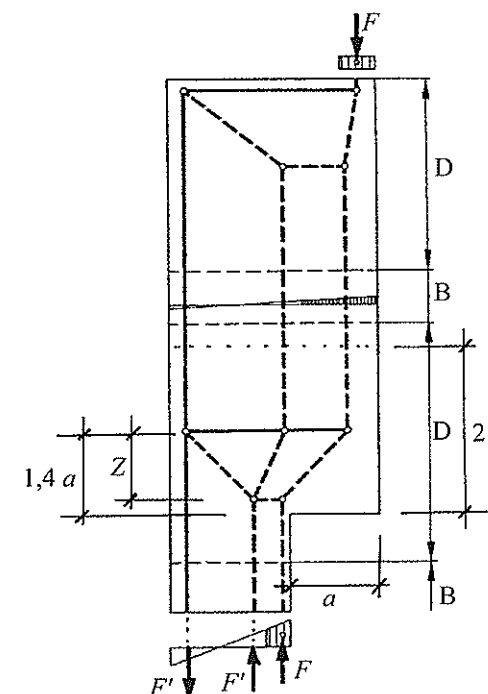


Figure 2. Modèle B-T primaire de l'ensemble voile-console soumis à une charge concentrée en partie supérieure, à l'extrémité de la console [2] [1].

1.3. Chargement en partie inférieure

Les dispositions correspondant aux armatures de suspente des charges considérées pour les poutres-voiles s'appliquent également pour les charges uniformes comme pour les charges concentrées (voir application pour un voile en console, § 2).

2. APPLICATION : VOILE EN CONSOLE SOUS CHARGE UNIFORME

Cette application s'appuie sur un exemple de calcul d'un voile symétrique en console traité dans la littérature selon les règles du BAEL [3].

Un mur de refend en béton, d'épaisseur 15 cm, possède un porte-à-faux de 3 m et supporte 5 planchers (Fig. 3).

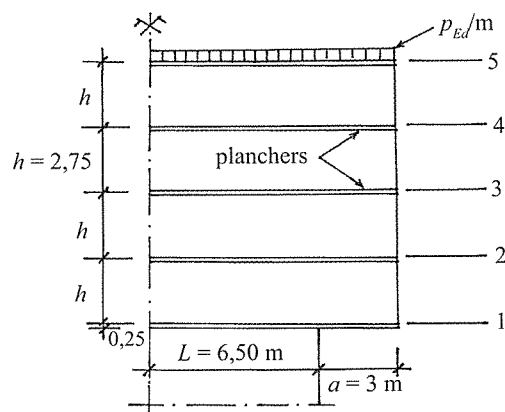


Figure 3. Voile en console symétrique d'un bâtiment [3].

- Action à l'ELU

Chaque plancher transmet une charge unitaire ultime (poids propre du voile inclus) : $p_{Ed}/m = 0,0398 \text{ MN/m}$

- Matériaux [3] :

– béton $f_{ck} = 20$ MPa ;

— aciers $f_{yk} = 400$ MPa.

2.1. Modélisation de l'ensemble voile-console (Fig. 4)

La zone active du voile en console correspond à une hauteur $2a = 6$ m. La zone de traction du tirant principal s'étend sur $1,2a = 3,60$ m.

La liaison voile-console fait intervenir une bielle complémentaire permettant le cheminement dévié des charges des planchers dans l'emprise du voile de largeur $2L$ (Fig. 4).

Remarque. Le BAEI considère une zone active de la console sur une hauteur au plus égale à $2,5a$ (7,50 m). Les aciers principaux étant placés au voisinage du plancher de niveau 3, la hauteur de la zone active est fixée à 5,75 m (valeur proche de $2a = 6$ m).

2.2. Voile en console

2.2.1. Vérification du nœud A (Fig. 4)

La contrainte maximale de calcul du nœud en compression :

$$\sigma_{Rd,max} = k_1 v' f_{cd} = 12 \text{ MPa}$$

avec $k_1 = 1$; $v' = 0,9$; $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$; $\gamma_c = 1,5$.

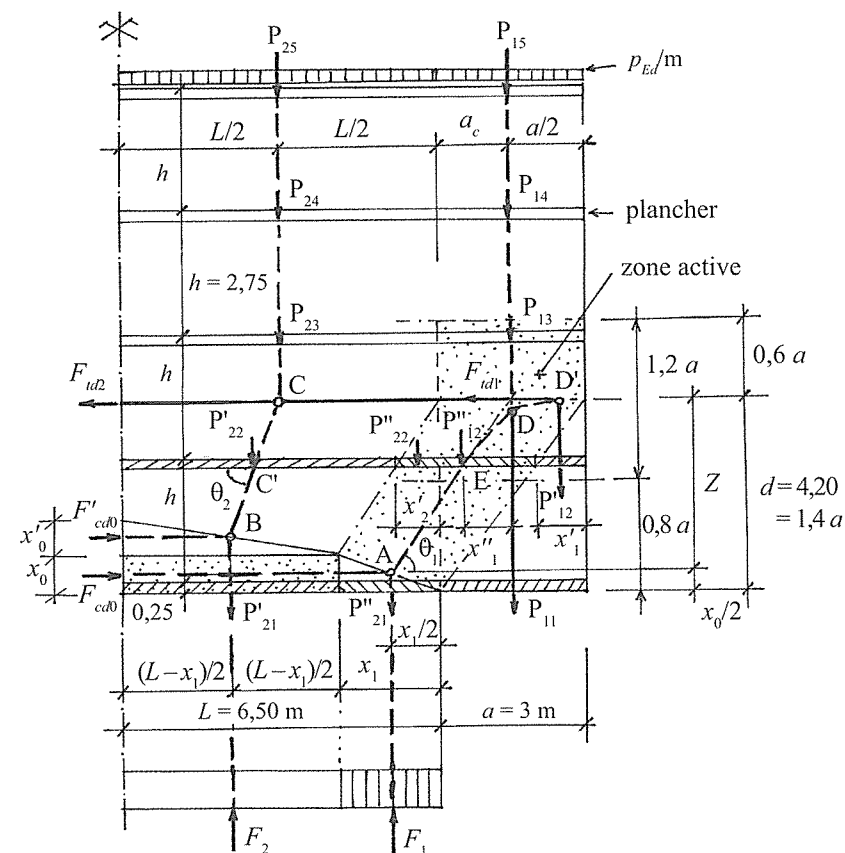


Figure 4. Modélisation B-T simplifiée de l'ensemble symétrique voile-console.

a) Contrainte σ_{Rd1}

En négligeant la charge P''_{22} (plancher niveau 2 de longueur x'_2) équilibrée par la bielle, le nœud A transmet les charges des planchers en porte-à-faux et une partie du plancher du niveau 1 à la base du nœud A de largeur x_1 (Fig. 4), soit :

$$F_1 = 5ap_{Ed} + x_1 p_{Ed}$$

$F_1 = \sigma_{Rdl} ex_1 = 0,291 x_1$; σ_{Rdl} = contrainte à la base du nœud où $e = 0,15$ m ; $p_{Fd} = 0,0398$ MN/m ; $a = 3$ m.

avec $\sigma_{Rd1} = 5 (a + L) p_{Fd}/eL$

$$\sigma_{Rd1} = 1,94 \text{ MPa} \ll \sigma_{Rd,max}$$

d'où $5 a p_{Ed} = 0,291x - x_1 p_{Ed}$, $0,5976 = (0,291 - 0,0398) x_1$
 $x_1 = 2,38$ m, soit $x_1 = 2,40$ m et $F_1 = 0,693$ MN.

Remarque. Par simplification, le poids propre du voile est conservé pour le plancher du niveau 5.

b) *Contrainte* σ_{Rd0}

La contrainte au niveau de la bielle horizontale $\sigma_{Rd0} = \sigma_{Rd,max}$ pour avoir Z_{max} et ainsi minimiser les armatures principales du voile en console.

En négligeant P''_{22} , il vient :

$$\sigma_{Rd0} = F_{cd0} / ex_0$$

avec $F_{cd0} = \frac{5ap_{Ed}(a+x_1)}{2Z}$, où $Z = d - x_0/2$; $d = (1,4) 3 = 4,20$ m.

$$\rightarrow x_0^2 - 2dx_0 + \frac{5aP_{Ed}}{2\sigma_{Rd,max}}(a+x_1) = 0$$

$$x_0^2 - 8,4x_0 + 1,677 = 0 \rightarrow x_0 = 0,21 \text{ m, soit } x_0 = 0,25 \text{ m,}$$

d'où $Z = 4,07$ m, soit $Z \cong 1,35a$

$$\tan \theta_1 = \frac{2Z}{a+x_1} = 1,509 ; \theta_1 = 56,46^\circ ; F_{cd0} = 0,396 \text{ MN.}$$

Remarque 1. En prenant en compte la charge P''_{22} correspondant au plancher du niveau 2 sur une longueur x'_2 (Fig. 4), négligée précédemment :

$$P''_{22} = x'_2 p_{Ed} = 0,035 \text{ MN, avec } x'_2 = x_1 \frac{d-h}{d-x_0} = 0,88 \text{ m}$$

$$P''_{22} \cong 0,05 F_1, \text{ avec } h = 2,75 \text{ m}$$

$$\sigma'_{Rd1} = (F_1 + P''_{22}) / ex_1 = 2,02 \text{ MPa}$$

$$F_{cd0} = [5ap_{Ed}(a+x_1) + P''_{12}(x_1-x'_2)] / 2Z$$

$$F_{cd0} = 0,402 \text{ MN (+1,4 \% } F_{cd0})$$

$$\sigma_{Rd0} = \frac{F_{cd0}}{ex_0} = 10,72 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,max}$$

L'effort de traction F_{td1} sera pris égal à F_{cd0} .

Remarque 2. La distribution des efforts du plancher du 2^e niveau équilibrés par la console modifie légèrement le tracé de la bielle (Fig. 5).

• Position du nœud D :

$$Z_1 = P'_{12} \left(\frac{a}{2} - \frac{x'_1}{2} \right) \frac{1}{F_{td1}} = 0,10 \text{ m (2,5 \% de } Z)$$

avec $x'_1 = a \left(\frac{d-h}{d} \right) = 1,04$ m ; $P'_{12} = p_{Ed} x'_1 = 0,0413$ MN ; $F_{td1} = 0,402$ MN.

• Position de la charge P''_{12} du plancher dans l'emprise, 2δ , de la bielle (Fig. 5 et 4) :

$$x''_1 = \frac{d-h}{Z} \left(\frac{a}{2} + \frac{x_1}{2} \right) = 0,96 \text{ m}$$

• Position du nœud E :

$$Z_2 = \left[4ap_{Ed}x''_1 + P'_{12} \left(x''_1 + \frac{a}{2} - \frac{x'_1}{2} \right) \right] / F_{td1}, Z_2 = 1,34 \text{ m}$$

$$\tan \theta'_1 = (Z - Z_2) / \left(\frac{a}{2} + \frac{x_1}{2} - x''_1 \right) = 1,569$$

$$\theta'_1 = 57,48^\circ (1,018 \theta_1)$$

L'inclinaison de la bielle θ'_1 peu différente de θ_1 sera prise égale à θ_1 .

Remarque 3. En pratique, il n'est pas nécessaire de déterminer avec précision le tracé des bielles pour justifier les nœuds.

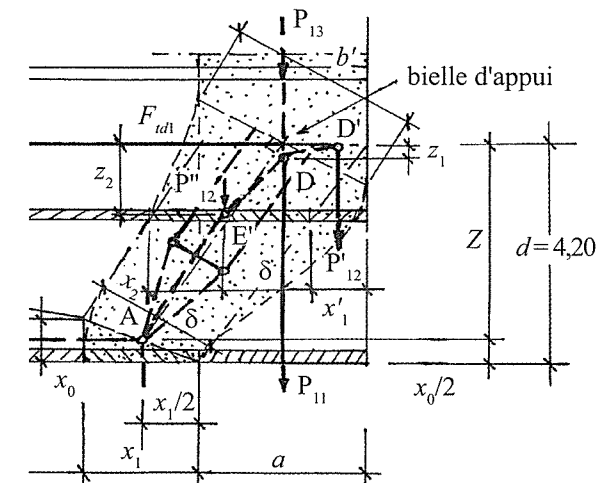


Figure 5. Modèle B-T affiné de la bielle d'appui avec modification de son axe sous les actions des planchers des 1^{er} et 2^e niveaux.

c) Contrainte σ_{Rd2}

La contrainte σ_{Rd2} au pied de la bielle vaut :

$$\sigma_{Rd2} = \frac{F_{AE}}{ex_2} = 2,36 \text{ MPa} < \sigma_{Rd, \max}$$

F_{AE} = effort de compression dans la bielle AE (Fig. 4) où :

$$F_{AE} = (5ap_{Ed} + P''_{22})/(\sin\theta_1) = 0,759 \text{ MN}$$

$$x_2 = x_1 \sin\theta_1 + x_0 \cos\theta_1 = 2,14 \text{ m}$$

2.2.2. Armatures principales (Fig. 4)

L'effort de traction dans le tirant supérieur : $F_{td1} = F_{cd0} = 0,402 \text{ MN}$.

La section d'acier :

$$A_{s1} = \frac{F_{td1}}{f_{yk}/\gamma_s} = 11,56 \text{ cm}^2, \text{ avec } \gamma_s = 1,15$$

$$A_{s1} > 9,54 \text{ cm}^2 \text{ (BAEL)}.$$

Ces aciers sont répartis sur une hauteur $1,2 a = 3,60 \text{ m}$, dans la zone supérieure réputée active de la console-voile entre les cotes $0,8a = 2,40 \text{ m}$, et $2a = 6 \text{ m}$.

$$\text{Soit } A_{s1}/m = A_s/1,2 a = 3,21 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{s1}/m < A_{s1\min}/m, \text{ où [clause 9.7] } A_{s1\min}/m = 2 [\max(0,001A_c; 1,5 \text{ cm}^2/\text{m})]$$

$$A_{s1\min}/m = 3 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ sur les deux faces } \Rightarrow 2 \text{ HA8 ; } s_t = 0,30 \text{ m (} A_{sr} = 3,33 \text{ cm}^2/\text{m)}$$

$$\text{avec } s_h = s_{h\max} = \max[2e; 30 \text{ cm}] = 30 \text{ cm [clause 9.7].}$$

Remarque 1. Ces armatures correspondent aux dispositions minimales des poutres-voiles données par l'EC2.

Remarque 2. Les armatures principales du BAEL, par analogie avec les consoles courtes, sont concentrées en partie haute de la zone active de la console-voile, dans l'emprise du plancher de niveau 3.

La section totale des armatures, selon le BAEL, placées dans la même zone ($1,2 a$) que celle de l'EC2 [3] :

$$A_s + \Sigma A_{sh} = 24,57 \text{ cm}^2 > A_s \text{ [EC 2]}$$

$$A_s \text{ [EC 2]} = 3,33 \times 3,60 = 11,98 \text{ cm}^2$$

soit une quantité d'acier plus que doublée dans cette zone par rapport à celle donnée par la méthode B-T de l'EC2.

Remarque 3. Si les dalles des planchers de niveaux 2 et 3, situées dans l'emprise du tirant principal, sont solidaires du voile en console, il est possible de prendre en

compte les armatures des dalles placées parallèlement, au voisinage du tirant, dans le calcul de sa section résistante.

2.2.3. Armatures secondaires (Fig. 5)

L'effort de fendage T peut être évalué en considérant une demi-bielle (cf. chap. 5, § 2.1) de longueur $H'/2$ placée dans une zone de discontinuité partielle [clause 6.5.3 (3)] :

$$T = \frac{F_{AE'}}{4} \left(\frac{b' - a'}{b'} \right) = 0,0769 \text{ MN}$$

avec $b' < H'/2$; $F_{AE'} = F_{AE}$

où $a' = x_2 = 2,14 \text{ m}$; $F_{AE'} = 0,759 \text{ MN}$; $H'/2 = Z/\sin\theta_1 = 4,88 \text{ m} = h'$; $Z = 4,07 \text{ m}$.

Largeur de la bielle : $b' = a/\sin\theta_1 = 3,60 \text{ m}$.

L'effort T est réparti sur une longueur de $0,8 h'$.

a) Armatures secondaires horizontales

$$A_h = \frac{T \sin\theta_1}{f_{yk}/\gamma_s} = 1,84 \text{ cm}^2, \text{ sur une hauteur de } 0,8 Z = 3,25 \text{ m}.$$

$$\text{Soit } A_h/m = 0,57 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow 2 \text{ HA8 ; } s_h = 0,30 \text{ m}$$

$$A_h/m < A_{s\min} = 3 \text{ cm}^2/\text{m (} A_{sr}/m = 3,33 \text{ cm}^2/\text{m)}$$

b) Armatures secondaires verticales

$$A_t = \frac{T \cos\theta_1}{f_{yk}/\gamma_s} = 1,22 \text{ cm}^2$$

sur une longueur de $0,8 \left(\frac{a}{2} + \frac{x_1}{2} \right) = 2,16 \text{ m}$, soit $A_t/m = 0,56 \text{ cm}^2$ (sans suspentes).

• Suspentes pour les planchers inférieurs (niveaux 1 et 2)

Les charges à suspendre correspondent à la totalité du plancher du niveau 1, P'_{11} , et à une partie du plancher du niveau 2, P'_{12} , sur une longueur x'_1 (cf. Fig. 5).

$$\text{Soit, par plancher : } A_s/m = \frac{p_{Ed}}{f_{yd}} = 1,15 \text{ cm}^2/\text{m}, \text{ sur la largeur } a \text{ et sur la lar-}$$

geur $x'_1 = 1,04 \text{ m}$.

$$P'_{12} = x'_1 = 0,0414 \text{ MN}$$

soient les armatures verticales :

1) sur la largeur a et la hauteur de la zone active (2 a)

$$A_{sv}/m = A_s + A_t = 1,71 \text{ cm}^2/m$$

$$A_{sv}/m < A_{smin} = 3 \text{ cm}^2/m$$

$$\Rightarrow 2 \text{ HA6} ; s_t = 0,15 \text{ m} (A_{sr} = 3,77 \text{ cm}^2/m).$$

2) sur la largeur x'_1 et la hauteur (2 a - h)

$$A'_{sv}/m = 2A_s + A_t = 2,86 \text{ cm}^2/m < A_{smin} \Rightarrow 2 \text{ HA6} ; s_t = 0,15 \text{ m}.$$

Remarque. Il est recommandé de limiter l'espacement des aciers de suspente à 15 cm [2].

N.B. Les dispositions d'armatures minimales exigées par l'EC2 sont suffisantes pour équilibrer les charges verticales de ce voile en console.

2.2.4. Vérification des contraintes dans la bielle d'appui

La bielle se développe en zone de compression fissurée (avec des armatures secondaires contrôlant le fendage) :

$$\sigma_{Rd, \max} = 0,6 v' f_{cd} = 7,2 \text{ MPa}$$

La contrainte moyenne :

$$\sigma_c = F_{AE}/S = 1,76 \text{ MPa} \ll \sigma_{Rd, \max}$$

$$\text{où } S = (eb' + ex_2)/2 = 0,43 \text{ m}^2, \text{ avec } e = 0,15 \text{ m} ; b' = 3,60 \text{ m} ; x_2 = 2,14 \text{ m}.$$

2.3. Liaison voile-console

La modélisation simplifiée de la liaison voile-console (Fig. 4) fait intervenir un effort de traction supplémentaire à équilibrer par les armatures principales sur la largeur L de la bielle inclinée d'un angle θ_2 .

2.3.1. Vérification du nœud B (Fig. 4)

a) Contrainte σ'_{Rd1}

Le nœud B transmet au voile les charges des planchers des niveaux 3, 4 et 5 sur la largeur L et celles des planchers de niveau 2 sur la largeur $(L - x'_2)$ et du niveau 1 sur une partie $(L - x_1)$ à la base du nœud B.

$$\text{Soit } F_2 = [3L + (L - x'_2) + (L - x_1)] p_{Ed}$$

$$F_2 = 1,164 \text{ MN} ; \sigma'_{Rd1} = 1,90 \text{ MPa} ; \sigma'_{Rd1} \ll \sigma_{Rd, \max}$$

$$\text{avec } p_{Ed} = 0,0398 \text{ MN/m} ; x'_2 = 0,88 \text{ m} ; x_1 = 2,40 \text{ m} ; \sigma_{Rd, \max} = 12 \text{ MPa}.$$

b) Contrainte σ'_{Rd0}

On fixe la contrainte correspondant à la bielle horizontale $\sigma'_{Rd0} = \sigma_{Rd, \max}$

$$\sigma'_{Rd0} = F'_{cd0}/ex'_0 = \sigma_{Rd, \max}, \text{ où } F'_{cd0} = M_3/Z'$$

$$\text{avec } M_3 = [F_2 - (L - x_1)p_{Ed}] \left[\frac{L}{2} - \frac{(L - x_1)}{2} \right] - (L - x'_2)p_{Ed} \left[\frac{L}{2} - \frac{(L - x'_2)}{2} \right]$$

$$M_3 = 1,101 \text{ MN/m et } Z' = d - x_0 - x'_0/2 = 3,95 - \frac{x'_0}{2}$$

$$\rightarrow 0,9x'^2_0 - 7,11x'_0 + 1,101 = 0 \Rightarrow x'_0 = 0,158 \text{ m, soit } x'_0 = 0,16 \text{ m}$$

$$\text{d'où } Z' = 3,87 \text{ m} ; \tan \theta_2 = \frac{2Z'}{x_1} = 3,225 ; \theta_2 = 72,77^\circ$$

$$F'_{cd0} = 0,285 \text{ MN} = F_{td2} - F_{td1} ; \sigma'_{Rd0} = 11,86 \text{ MPa} < \sigma_{Rd, \max}$$

Remarque. La faible modification du tracé de la bielle CC'B, due à l'effort P'_{22} du plancher intermédiaire (2^e niveau), est négligée.

c) Contrainte σ'_{Rd2}

La contrainte en pied de bielle vaut :

$$\sigma'_{Rd2} = \frac{F_{BC}}{ex''_2} = 1,76 \text{ MPa} < \sigma'_{Rd1} \quad \sigma'_{Rd2} \ll \sigma_{Rd, \max}$$

où : F_{BC} = effort de compression dans la bielle BC

$$F_{BC} = [3L + (L - x'_2)] p_{Ed} / \sin \theta_2$$

$$F_{BC} = 1,048 \text{ MN}$$

$$x''_2 = (L - x_1) \sin \theta_2 + x'_0 \cos \theta_2 = 3,96 \text{ m}$$

2.3.2. Armatures principales (Fig. 4)

La section d'acier complémentaire vaut :

$$A_{s2} = \frac{F_{td2} - F_{td1}}{f_{yd}} = 8,19 \text{ cm}^2, \text{ répartie sur } 3,60 \text{ m (1,2 a)}$$

$$A'_{s2}/m = 2,16 \text{ cm}^2/m ; F_{td2} - F_{td1} = F'_{cd0}$$

$$\text{Au total : } A'_{sv}/m = (A'_{s1} + A'_{s2})/m = 5,37 \text{ cm}^2/m,$$

$$\text{soit } 2 \text{ HA8, } s_t = 0,15 \text{ m, } (A_{sr}/m = 6,66 \text{ cm}^2/m) \text{ sur la largeur du voile.}$$

Remarque 1. Une modélisation B-T affinée dans la zone centrale (identique en console) permettrait de prendre en compte la présence d'une bielle inférieure située sous les voiles en console et d'un tirant T_2 placé plus haut (cf. Fig. 6).

Le bras de levier Z_2 (modèle 2) est supérieur à Z_1 (modèle 1). Ici $Z_2 \neq 2 Z_1$ conduit à une traction T_2 réduite de moitié par rapport au modèle précédent. Les armatures équilibrant l'effort du tirant T_2 sont disposées sur une hauteur $2 y_2 > 2 y_1$ (soit une réduction de la densité des armatures placées entre les voiles en console).

Remarque 2. La prise en compte de la liaison voile-console montre que les armatures principales de la console ne sont pas simplement ancrées dans le voile. Comme pour le calcul des corbeaux (cf. chap. 7) [4], le dimensionnement de ces aciers dépend de la distribution des efforts dans les sections limites de régularisation des contraintes en haut et en bas de la zone de discontinuité.

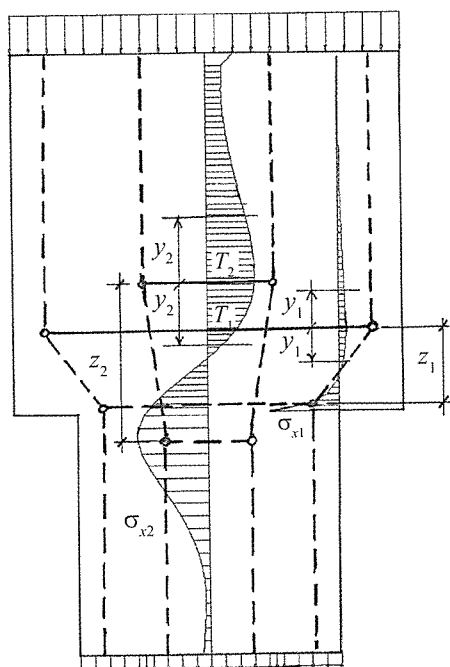


Figure 6. Modélisation B-T affinée de l'ensemble voile-console : distribution des contraintes normales σ_{x2} dans la section médiane du voile et σ_{x1} dans la section de jonction de la partie en console.

2.3.3. Armatures secondaires (Fig. 4)

Compte tenu des dimensions importantes de cette bielle placée en zone de discontinuité partielle, l'effort de fendage T est très faible.

Les dispositions minimales exigées par l'EC2 pour les poutres-voiles permettent de satisfaire aux armatures secondaires nécessaires.

2.4. Disposition des armatures

Les aciers dans l'ensemble voile-console sont disposés (selon le modèle B-T simplifié) conformément à la figure 7.

Remarque. Les armatures sont placées dans la zone active située entre les planchers du 1^{er} et du 3^e niveaux. D'éventuelles ouvertures peuvent être introduites dans les étages supérieurs entre les planches du 3^e et du 5^e niveaux. Dans ce cas, il convient de modifier la modélisation B-T en conséquence.

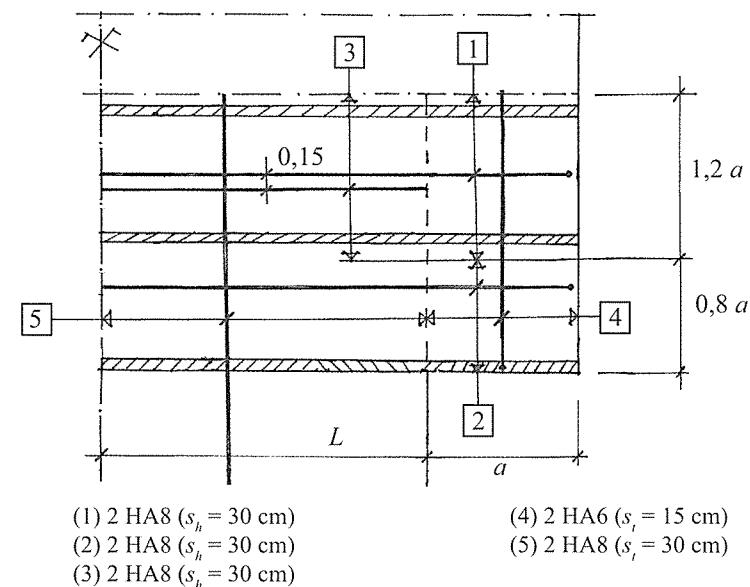


Figure 7. Disposition des armatures de l'ensemble voile-console.

CONCLUSION

La méthode des bielles et tirants introduite par Eurocode 2 permet un dimensionnement optimisé des voiles en console soumis à des chargements verticaux.

Un voile en console ne peut pas être étudié isolément comme un élément en porte-à-faux encastré sur un voile. Une modélisation en bielles et tirants de l'ensemble voile-console est nécessaire.

Cette méthode offre des possibilités de réductions importantes d'armatures par rapport à celles données par la réglementation française qui assimile, de manière inadaptée, ces éléments de structure à des consoles courtes.

Comme pour les poutres-voiles, la modélisation en bielles et tirants permet de placer plus judicieusement les armatures de suspente. De même, les armatures principales sont réparties sur une hauteur importante, et non concentrées en partie haute des voiles en console, disposition adoptée par les règles françaises par analogie avec les consoles courtes.

Une détermination précise du tracé des bielles s'avère inutile, en pratique, pour justifier les nœuds et déterminer les armatures.

Bibliographie

- [1] LEONHARDT F. – I. « Poutres-cloisons structures planes chargées parallèlement à leur plan moyen » ; II. « Recommandations internationales du CEB pour le calcul et l'exécution des poutres-cloisons ». *Annales de l'ITBTP* n° 265 1970, p. 115-172.
- [2] SCHLAICH J., SCHÄFER K. – „Konstruieren im Stahlbetonbau“. *Beton Kalender*, 1998, Ernst Sohn, Berlin.
- [3] ALBIGES M., MINGASSON M. – *Théorie et pratique du béton armé aux états limites*, Eyrolles, 1981.
- [4] BOSC J.-L. – « Calcul des corbeaux par la méthode des bielles et tirants selon l'Eurocode 2 ». *Annales du bâtiment et des travaux publics*, août 2005.
- [5] BOSC J.-L. – « Calcul des poutres-voiles et voiles en console par la méthode des bielles et tirants selon l'Eurocode 2 ». *Annales du bâtiment et des travaux publics*, août 2007.

CHAPITRE 7

Corbeaux

INTRODUCTION

Les corbeaux, ou consoles courtes*, correspondent à des éléments de structure présentant des régions de discontinuité géométrique et de chargement pour lesquelles la méthode des bielles et tirants (B-T) selon l'Eurocode 2 est applicable pour leur justification à l'état limite ultime [EC2, annexe J.3].

Après avoir considéré une modélisation B-T complète de l'ensemble corbeau-poteau, une justification des tirants, bielles et nœuds est développée, dans le cas général pour les corbeaux, soumis à des charges verticale et horizontale. Puis, un exemple numérique complet corbeau-poteau est traité selon cette méthode afin de permettre une comparaison des résultats avec ceux issus de la pratique française.

*N.B. Les consoles courtes sont à distinguer des voiles en console dont le calcul par la méthode des bielles et tirants est présenté au chapitre 6.

1. MODÉLISATION DE L'ENSEMBLE CORBEAU-POTEAU

La liaison corbeau au poteau engendre une distribution des contraintes dans le domaine élastique dont les trajectoires suivent les lignes isostatiques (Fig. 1a). La modélisation en bielles et tirants dans la zone de discontinuité qui s'en déduit (Fig. 1b) fait intervenir une bielle inclinée pour transmettre la charge verticale F_{Ed} au poteau.

La composante verticale F_{Ed} de l'effort dans la bielle inclinée F_{AB} est équilibrée par l'effort dans la membrure comprimée F_{cd1} du poteau inférieur et, éventuellement, l'effort des armatures tendues F_{td2} du poteau supérieur, généralement de faible valeur [1]. La zone du poteau adjacente au corbeau développe, pour assurer l'équilibre, des efforts horizontaux de compression F_{cd0} et de traction F_{td1} .

- Géométrie de la bielle principale (Fig. 2)

En considérant l'équilibre du nœud 1 soumis à la contrainte maximale de calcul $\sigma_{Rd,max}$, il vient :

$$Z = \frac{Z_0}{a_c} \left(a_c + \frac{x_1}{2} \right) \text{ et } Z = d - \frac{x_0}{2} \text{ (en négligeant l'effet de } H_{Ed} \text{)}$$

$$x_0 = \frac{F_{cd0}}{b\sigma_{Rd,max}} \text{ et } x_1 = \frac{F_{Ed}}{b\sigma_{Rd,max}}$$

$$\text{où } F_{cd0} = F_{td} - H_{Ed} \text{ et } F_{td} = F_{Ed} \frac{a_c}{Z_0} + H_{Ed} \frac{a_H + Z_0}{Z_0}$$

\Rightarrow la résolution donne Z_0 et θ .

Remarque 1. La propriété de l'état hydrostatique des contraintes du nœud 1 permet de calculer plus simplement Z_0 (voir Remarque 2, § 2.4.1, nœud 1).

Remarque 2. Valeur forfaitaire possible : $Z = 0,9 d$.

2.3. Sections d'armatures et dispositions constructives

2.3.1. Armatures principales

Section :

$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yd}}, \text{ avec } F_{td} = F_{Ed} \frac{a_c}{Z_0} + H_{Ed} \frac{a_H + Z_0}{Z_0}$$

Remarque. Lorsque le rapport a_H/Z_0 est faible, il est possible de prendre : $a_H + Z_0 \cong Z_0$.

2.3.2. Armatures secondaires

2.3.2.1. Si $a_c \leq h_c/2$ (Fig. 2 b)

L'effort de traction dans le tirant secondaire horizontal impose des armatures horizontales ou inclinées (cadres fermés) :

$$A_{sh} \geq k_1 A_s \text{ [clause J.3 (2)]}$$

où $k_1 = 0,25$ est la valeur recommandée, adoptée par l'annexe nationale.

2.3.2.2. Si $h_c/2 < a_c < Z_0$ (Fig. 2a)

Les trajectoires de compression justifient le modèle B-T, avec un effort de traction T dans les tirants secondaires en région de discontinuité complète :

$$T = \frac{1}{4} \left(1 - 0,7 \frac{a'}{H'/2} \right) F_{12}$$

$$\text{où } a' \cong \frac{a'_1 + a'_2}{2} \text{ et } H' \cong \frac{Z}{\sin \theta}$$

avec a'_1 et a'_2 , largeurs des extrémités de la bielle prenant appui sur les nœuds 1 et 2.

a) Armatures secondaires horizontales

Effort horizontal : $T_x = T \sin \theta$.

$$\text{Section horizontale : } A_h = \frac{2T_x}{f_{yk}/\gamma_s}$$

Ces armatures sont disposées sur une hauteur de $2 (0,8 Z/2) = 0,8 Z$ (Fig. 3).

b) Armatures secondaires verticales

Effort vertical : $T_y = T \cos \theta$.

$$\text{Section verticale : } A_{sv} = \frac{2T_y}{f_{yk}/\gamma_s}$$

Ces armatures sont disposées sur la longueur a_v : distance entre la plaque et le poteau (Fig. 2).

Remarque. Si $a_c > h_c/2$ et $F_{Ed} > V_{Rd,c}$ [clause J.3 (3)] l'Eurocode 2 impose :

$A_{sv} \geq (F_{wd}/f_{yd}) k_2$, où $k_2 = 0,5$ (valeur recommandée EC2), avec $V_{Rd,c}$ = résistance au cisaillement [clause 6.2.2 (1) (6)].

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_1 f_{ck})^{1/3} \left(\frac{1}{\beta} \right) + k_1 \sigma_{cp} \right] b_w d \text{ et } V_{Ed} \leq 0,5 b_w d v f_{cd}$$

$$\text{où } v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] ; \beta = \frac{a_v}{2d}, \text{ où } d/2 < a_v < 2d$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d} \leq 0,02 \quad (A_{s1} = A_s)$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d(\text{mm})}} \leq 2 ; k_1 = 0,15$$

$$\sigma_{cp} = \frac{H_{Ed}}{A_c} > 0 \text{ (compression) ; } F_{wd} = 2T_x$$

2.3.3. Dispositions constructives

Il est recommandé d'utiliser des barres de faible diamètre pour les armatures principales façonnées en forme de U horizontal, sur plusieurs lits (Fig. 3). L'extrémité des armatures peut être réalisée avec un ancrage plat. Pour les barres ancrées dans le plan vertical la longueur d'ancrage commence sous la face intérieure de l'appareil d'appui [clause J.3 (4)].

Lorsque le contrôle de la fissuration est requis, des armatures inclinées efficaces peuvent être disposées dans l'angle ouvert supérieur [clause J.3 (5)].

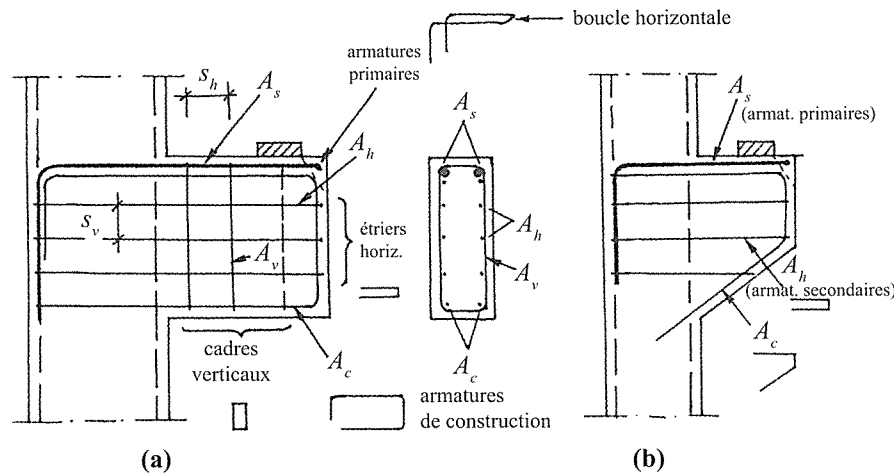


Figure 3. Disposition constructive pour les corbeaux : (a) $h_c/2 < a_c < Z_0$; (b) $a_c \leq h_c/2$.

2.4. Vérification des contraintes du béton

2.4.1. Vérification aux nœuds (Fig. 4)

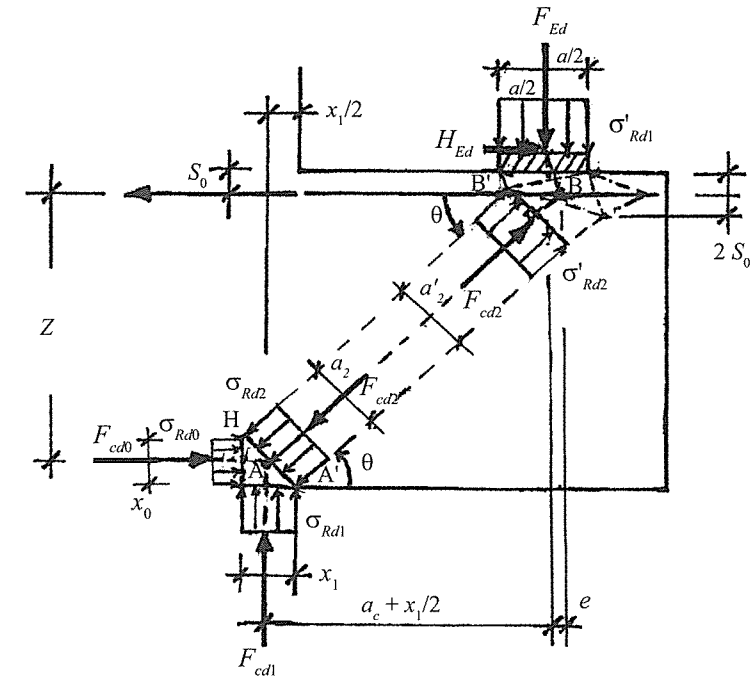


Figure 4. Détail des nœuds.

□ Nœud 1 (A)

En compression sans tirant ancré :

$$\sigma_{Rd, \max} = 1 v' f_{cd} \text{ [clause 6.5.4 (4) a]}, \text{ avec } v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \text{ où } k_1 = 1.$$

Profondeurs d'appui A : x_0 , x_1 et a_2 , telles que $\max[\sigma_{Rd0}; \sigma_{Rd1}] \leq \sigma_{Rd, \max}$.

Remarque 1. L'annexe nationale (AN) permet d'augmenter la valeur recommandée $k_1 = 1$, sur justifications spéciales, avec $1 < k_1 \leq 1/v'$.

Remarque 2. La propriété de l'état hydrostatique des contraintes au nœud 1 ($\sigma_{Rd1} = \sigma_{Rd2} = \sigma_{Rd0} = \sigma_{Rd, \max}$) permet de définir la géométrie du nœud où la facette est alors normale à l'axe de la bielle d'inclinaison θ (prenant en compte H_{Ed}) :

$$\tan \theta = \frac{Z}{a_c + \frac{x_1}{2} + e} = \frac{x_1}{x_0}, \text{ où } Z = d - x_0/2$$

$$e = a_H \frac{H_{Ed}}{F_{Ed}}; x_1 = \frac{F_{cd1}}{b \sigma_{Rd, \max}}$$

$$\Rightarrow x_0 \text{ et } \tan\theta.$$

□ *Næud 2 (B)*

En compression-traction avec un tirant ancré dans une direction [clause 6.5.4(4)b] :

$$\sigma_{Rd, \max} = 0,85 v' f_{cd} \text{ où } k_2 = 0,85 \text{ et } \max [\sigma'_{Rd1} ; \sigma'_{Rd2}] \leq \sigma_{Rd, \max}.$$

Remarque L'annexe nationale permet d'augmenter la valeur recommandée $k_2 = 0,85$, sur justifications spéciales, avec $0,85 < k_2 \leq 1$.

2.4.2. Vérification de la bielle de béton

La bielle comprimée est en zone comprimée fissurée (Fig. 2) en présence d'armatures transversales tendues pour contrôler le fendage [clause 6.5.2 (2)] :

$$\sigma_{Rd, \max} = 0,6 \nu' f_{cd}, \text{ avec } \nu' = \frac{f_{ck}}{250} \text{ et } \sigma_c = \frac{F_{12}}{b_w b'_{ef}} \leq \sigma_{Rd, \max}$$

avec : $b'_{ef} = (b_{ef} + a)/2$ et $b_{ef} = \frac{H'}{2} + 0,65a'$

$$H' \cong Z/\sin\theta \text{ et } a \cong \frac{a_2 + a'_2}{2}.$$

3. APPLICATION : CORBEAU SUR POTEAU

Cette application s'appuie sur un exemple de calcul numérique d'une console courte traité dans la littérature selon le BAEL [3].

Le corbeau en béton armé, de hauteur 31 cm (au lieu de 30 cm), assure la transmission des actions au poteau (Fig. 5).

- Actions à l'ELU

– corbeau :

$$F_{Ed} = 0,19 \text{ MN}$$

$$H_{Ed} = 0,035 \text{ MN} = H;$$

- poteau : $N = 0$ (hypothèse initiale) ;

- Matériaux :

béton = f_{ck} = 25 MPa

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa} ;$$

- Géométrie (Fig. 5) :

$$d = h_c - 2,5 \text{ cm} = 28,5 \text{ cm} ; h_c = 31 \text{ cm}$$

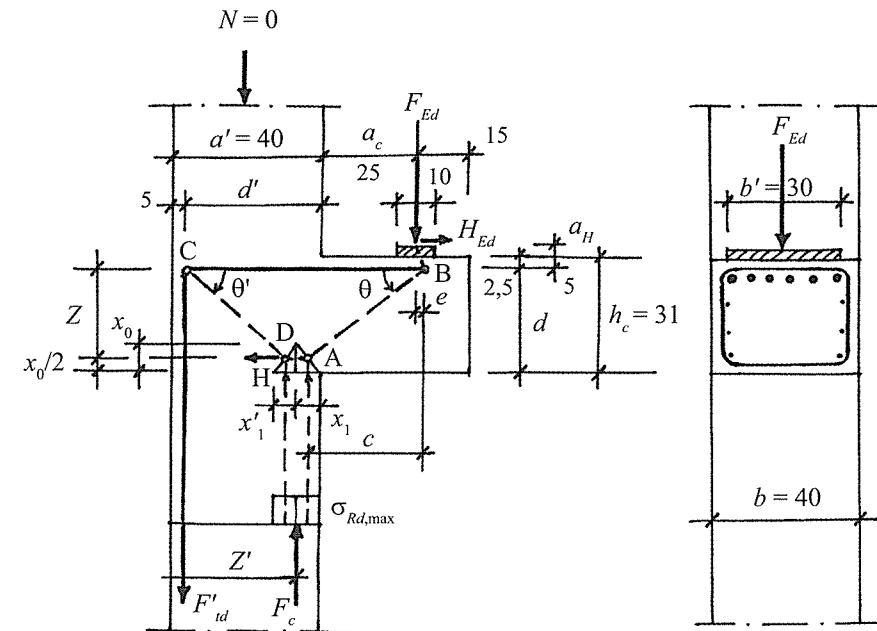

$$A_c = 25 \text{ cm} ; b = 40 \text{ cm} ; b' = 30 \text{ cm}.$$

Figure 5. Géométrie et modèle B-T (simple) de l'ensemble corbeau-poteau.

3.1. Modélisation du corbeau (Fig. 6)

La méthode suppose $a_c \leq Z_0$.

Le nœud A est soumis à une contrainte maximale $\sigma_{Rd, \max}$. En considérant un état hydrostatique des contraintes où une facette du nœud A est normale à l'axe de la bielle, il vient :

$$\tan \theta = \frac{Z}{a_c + \frac{x_1}{2} + e} = \frac{x_1}{x_0}$$

où $Z = d - \frac{x_0}{\gamma}$; $e = a_H H_{Ed} / F_{Ed} \cong 1 \text{ cm}$;

$x_1 = F_{Ed}/b\sigma_{Rd, \max} \cong 3,2 \text{ cm}$, avec $\sigma_{Rd, \max} = 1v'f_{cd} = 15 \text{ MPa}$ (voir étude du nœud A, § 3.4.1).

$$\text{Soit } x_0^2 - 2dx_0 + x_1[x_1 + 2(a_c + e)] = 0$$

$$\Rightarrow x_0 \cong 3,3 \text{ cm}$$

$$\tan \theta = 0,9728 \Rightarrow \theta = 44,2^\circ$$

d'où $Z_0 = \tan \theta (a_c + e) = 25,3 \text{ cm} > a_c$, donc la méthode des bielles et tirants est applicable.

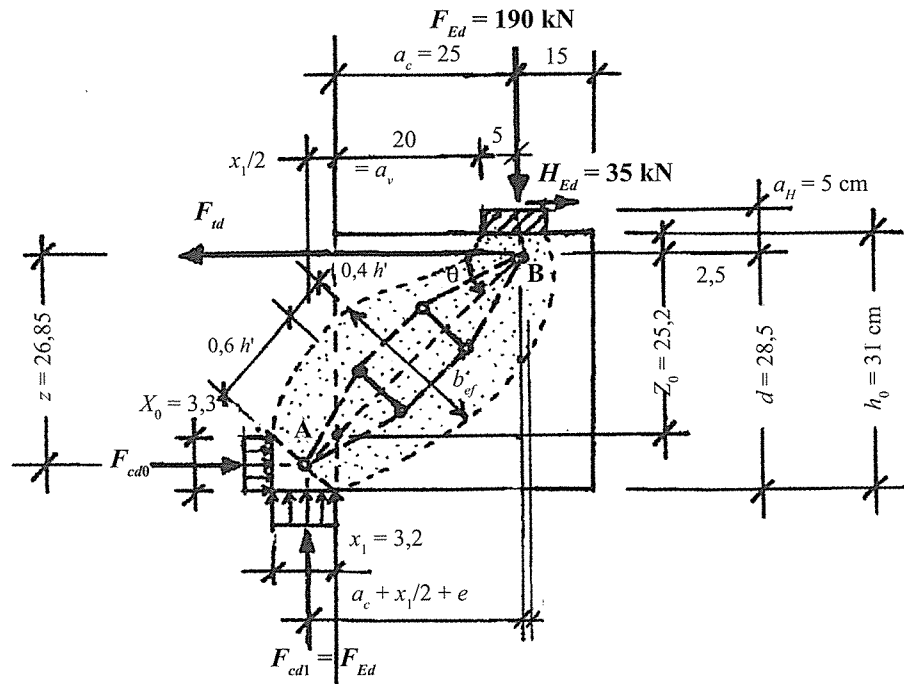


Figure 6. Modélisation B-T (affinée) du corbeau.

3.2. Tirant principal

3.2.1. Effort de traction

$$F_{td} = F_{Ed} \frac{a_c}{Z_0} + H_{Ed} \frac{a_H + Z_0}{Z_0} = 0,23 \text{ MN}$$

3.2.2. Armatures principales (Fig. 13)

$$A_s = \frac{F_{td}}{f_{yk}/\gamma_s} = 5,3 \text{ cm}^2 < 6,01 \text{ cm}^2 \text{ (BAEL)}, \text{ avec } f_{yk}/\gamma_s = 435 \text{ MPa}$$

soit 6 HA12 ($A_{sr} = 6,78 \text{ cm}^2$).

Remarque. Armatures inférieures, selon le BAEL :

$$A_{s1} = \frac{A_s}{10} = 0,53 \text{ cm}^2 \Rightarrow 2\text{HA}12$$

3.3. Bielle primaire (AB)

$$F_{AB} = \frac{F_{cd1}}{\sin \theta} = 0,272 \text{ MN}$$

avec $\theta = 44,2^\circ \rightarrow \sin \theta = 0,697$; $F_{cd1} = F_{Ed} = 0,19 \text{ MN}$.

3.4. Vérification des contraintes dans les nœuds (Fig. 7)

3.4.1. Vérification au nœud d'appui (A)

Nœud en compression sans tirant ancré :

$$\sigma_{Rd, \max} = 1 v' f_{cd} = 15 \text{ MPa [clause 6.5.4 (4) a] (avec } k_1 = 1)$$

$$\text{avec } f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \alpha_{cc} = 16,7 \text{ MPa, où } \alpha_{cc} = 1 ; \gamma_c = 1,5$$

$$\text{et } v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0,9 \text{ [clause 6.5.2 (2)].}$$

Profondeur d'appui avec $\sigma_{Rd1} = \sigma_{Rd0} = \sigma_{Rd, \max}$:

$$x_1 = \frac{F_{cd1}}{b \sigma_{Rd, \max}} = 3,2 \text{ cm} ; x_0 = \frac{F_{Ed} + H_{aH}/a_c}{\tan \theta b \sigma_{Rd, \max}} = 3,3 \text{ cm.}$$

Remarque. La présence des armatures transversales du poteau confinant le nœud permettrait, si besoin était, de majorer (au plus de 10 %) la contrainte $\sigma_{Rd, \max}$ [clause 6.5.4(5)].

Il est également possible d'augmenter la valeur de k_1 selon l'AN :

Soit $k_1 = 1/v'$; $\sigma_{Rd, \max} = f_{cd} = 16,7 \text{ MPa}$; il vient alors : $x_1 = 2,85 \text{ cm}$; $x_0 = 2,9 \text{ cm}$; $Z_0 = 26 \text{ cm}$; et pour le tirant ; $F_{td} = 0,227 \text{ MN}$; $A_s = 5,2 \text{ cm}^2 < 5,3 \text{ cm}^2$ (faible écart).

$$\sigma_{Rd2} = \frac{F_{AB}}{HA'b} = \frac{0,273}{0,046 \times 0,4} = 14,8 \text{ MPa} < 15 \text{ MPa,}$$

avec $a_2 = HA' = x_0 \cos \theta + x_1 \sin \theta = 4,6 \text{ cm}$.

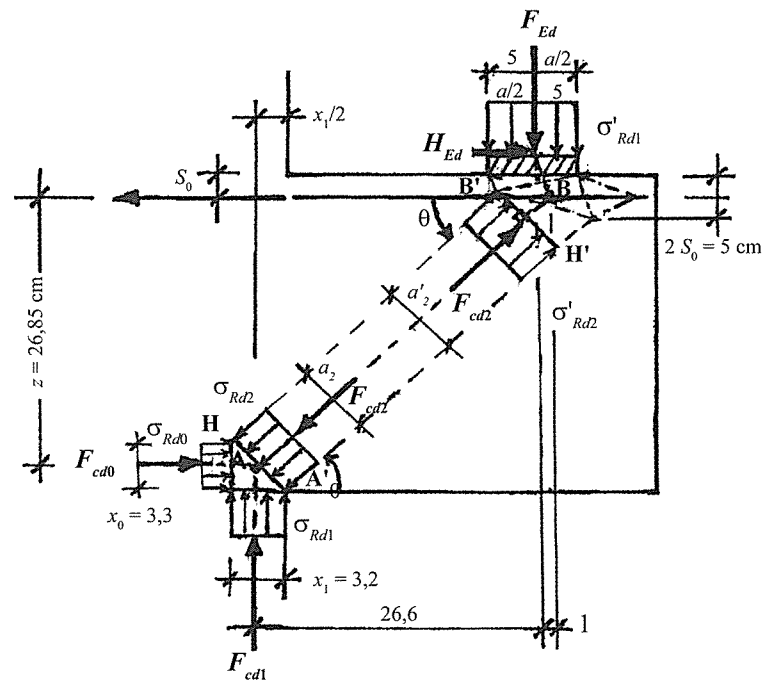


Figure 7. Détail des nœuds du corbeau.

Remarque 1. On peut aussi retrouver ce résultat en considérant l'état hydrostatique : $F_{cd1}/x_1 = F_{cd2}/a_2$ et $F_{cd1} = F_{AB}$, d'où : $a_2 = 4,6$ cm.

Remarque 2. Avec $k_1 = 1/\nu'$, $\sigma_{Rd, \max} = 16,7$ MPa, il viendrait $a_2 = 4$ cm.

3.4.2. Vérification du nœud sous charges (B)

Nœud en compression-traction avec un tirant ancré dans une direction [clause 6.5.4 (4) b] : $\sigma_{Rd, \max} = k_2 \nu' f_{cd} = 12,8$ MPa (avec $k_2 = 0,85$).

Remarque Il est possible de prendre en compte le frettage sous la plaque d'appui en augmentant (au plus de 10 %) la résistance du béton au nœud B.

Il est également possible de considérer la valeur majorée de l'AN $k_2 = 1$, soit :

$\sigma_{Rd, \max} = 15$ MPa.

De son côté, Schäfer admet, de manière simplifiée, de prendre en compte le frettage en considérant la largeur $b' = b = 40$ cm, avec $b' > b/4$ [1].

N.B. L'ancrage des armatures principales doit être vérifié.

Contraintes dans le nœud, en négligeant l'effet de l'effort H_{Ed} :

$$\sigma'_{Rd1} = \frac{F_{Ed}}{S_1} = \frac{0,19}{0,10 \times 0,30} = 6,3 \text{ MPa} < \sigma_{Rd, \max}$$

$$\sigma'_{Rd2} = \frac{F_{AB}}{S_2} = \frac{0,272}{B'H' \cdot b'} = 8,6 \text{ MPa} < 12,8 \text{ MPa}$$

avec $a'_2 = B'H' = 2S_0 \cos \theta + a \sin \theta = 10,6$ cm ; $a = 10$ cm ; $S_0 = 2,5$ cm ; $b' = 30$ cm.

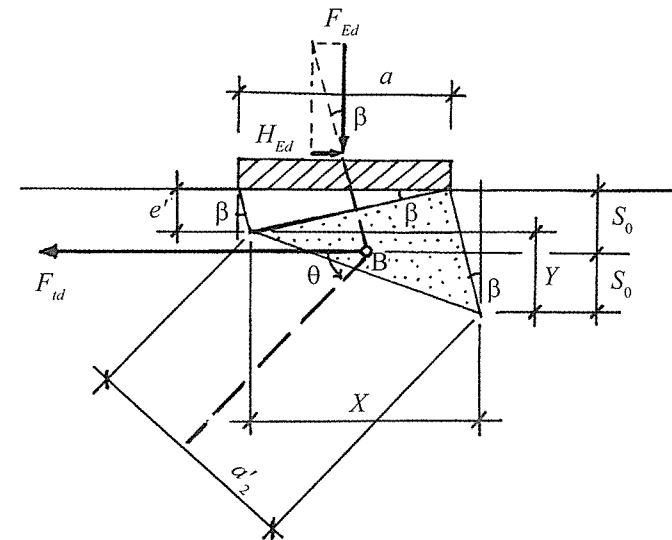
Remarque. Avec la prise en compte de l'effet de l'effort H_{Ed} sur la géométrie du nœud (Fig. 8), il vient : $a'_2 = Y \cos \theta + x \sin \theta$, avec $Y = 2S_0 - e'$ où $e' = a \cos \beta \sin \beta$ et $\tan \beta = H_{Ed}/F_{Ed}$.

$x = a + (2S_0 - e') \tan \beta \Rightarrow a'_2 = (2S_0 - e') (\cos \theta + \tan \beta \sin \theta) + a \sin \theta$.

Soient $\tan \beta = 0,1842$; $\beta = 10,44^\circ$; $e' = 1,78$ cm et $a'_2 = 9,7$ cm

$$\sigma'_{Rd1} = \frac{F_{Ed}}{b'a \cos \beta^2} = 6,6 \text{ MPa} < \sigma_{Rd, \max} ;$$

$$\sigma'_{Rd2} = \frac{F_{AB}}{a'_2 b'} = 9,4 \text{ MPa} < \sigma_{Rd, \max}$$


 Figure 8. Détail du nœud sous charges (effet de H_{Ed} pris en compte).

3.5. Tirants secondaires

3.5.1. Effort de traction [clause 6.5.3 (3)]

Zone de discontinuité totale (Fig. 6) :

$$T = \frac{1}{4} \left(1 - 0,7 \frac{a'}{H'/2} \right) F_{AB} = 0,048 \text{ MN}$$

$$\text{où } a' \cong \frac{a_2 + a'_2}{2} = 7,6 \text{ cm} < H'/2 \text{ et } H' \cong AB = \frac{Z}{\sin \theta} = 37,8 \text{ cm}$$

$$Z = d - \frac{x_0}{2} = 28,5 - \frac{3,3}{2} = 26,8 \text{ cm (sur une longueur de } 2 \times 0,4 h' = 0,4 H').$$

3.5.2. Armatures horizontales secondaires

$$A_h = 2 \frac{T \sin \theta}{f_{yk} \gamma_s} = 1,57 \text{ cm}^2, \text{ soient deux boucles HA8 } (A_{sr} = 2 \text{ cm}^2).$$

BAEL : mêmes armatures dites de répartition (forfaitaires) [3].

3.5.3. Armatures verticales secondaires

$$A_t = \frac{2T \cos \theta}{f_{yk} \gamma_s} = 1,56 \text{ cm}^2, \text{ soient deux cadres HA8 } (A_{sr} = 2 \text{ cm}^2) \text{ sur une longueur } a_v = 20 \text{ cm}.$$

BAEL : mêmes aciers de construction (non calculés).

Remarque. Vérification pour $a_c > 0,5 h_c$ et $F_{Ed} > V_{Rd,c}$ [clause J.3 (3)]

$$0,25 > 0,155 \text{ m} ; 0,19 > 0,171 \text{ MN (*)} \Rightarrow A_{st} > \frac{F_{wd}}{2f_{yd}} = \frac{T \sin \theta}{f_{yk} \gamma_s} = 0,78 \text{ cm}^2$$

($F_{wd} = F_{wdh}$ et $k_2 = 0,5$).

(*) $V_{Rd,c}$ = résistance au cisaillement [clause 6.2.2. (1) (6)].

$$V_{Rd,c} = \left[C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} \left(\frac{2d}{a_v} \right) + 0,15 \sigma_{cp} \right] b_w d ;$$

$$V_{Rd,c} = 0,171 \text{ MN et } V_{Ed} \leq 0,5 b_w d v f_{cd} = 0,514 \text{ MN} ;$$

$$\left(v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right] = 0,54 \right), \text{ si } 0,5d < a_v < 2d, \text{ soit } 14,2 \text{ cm} < a_v < 57 \text{ cm}$$

$$\text{ici } a_v = 20 \text{ cm} ; k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1,84 ; k < 2 ; C_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} ;$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w d} = 5,94 \cdot 10^{-3} < 0,02 ; A_{sl} = 6,78 \text{ cm}^2.$$

$$\sigma_{cp} = \frac{H_{Ed}}{A_c} = \frac{-0,035}{0,4 \times 0,3} = -0,29 \text{ MPa} ; \sigma_{cp} < 0,2 f_{cd} = 3,34 \text{ MPa (traction)}.$$

3.6. Vérification des contraintes dans la bielle (Fig. 6)

La bielle AB est en zone comprimée fissurée en présence d'armatures transversales tendues, soit : $\sigma_{Rd, \max} = 0,6 v' f_{cd} = 9 \text{ MPa}$ [clause 6.5.2 (2)].

Largeur efficace de la bielle (région discontinue) :

$$b_{ef} = 0,5 H' + 0,65 a' = 23,8 \text{ cm } (a' = 7,6 \text{ cm} < H'/2) ;$$

$$\text{largeur moyenne : } b'_{ef} = (b_{ef} + a') / 2 = 15,7 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \sigma_c = \frac{F_{AB}}{b b'_{ef}} = 4,3 \text{ MPa} < \sigma_{Rd, \max}.$$

3.7. Liaison corbeau-poteau

3.7.1. Modélisation de la liaison

Une modélisation B-T simplifiée est donnée à la figure 9, pour un effort normal de compression du poteau $N = 0$. Les efforts internes sont déterminés en considérant l'équilibre du nœud inférieur dans la zone du poteau adjacente au corbeau, avec l'introduction, par simplification, d'une réaction horizontale H au nœud D (voir Remarque 1).

L'équilibre du nœud D impose :

$$x_0 b \sigma_{Rd0} = F'_{td} \cot \theta' - H, \text{ où } F'_{td} = F'_{c1} = x'_1 b \sigma_{Rd1}$$

$$\sigma_{Rd0} = \sigma_{Rd1} = \sigma_{Rd, \max} \text{ et } \tan \theta' = \frac{d - x_0/2}{d' - x_1 - x'_1/2}$$

$$\Rightarrow b \sigma_{Rd, \max} \left[\frac{1}{2} x'^2_1 - (d' - x_1) x'_1 + \left(dx_0 - \frac{x_0^2}{2} \right) + \frac{H}{b \sigma_{Rd, \max}} \left(d - \frac{x_0}{2} \right) \right] = 0$$

$$\text{Soient } x'_1 = 0,0347 \text{ m} \cong 3,5 \text{ cm} ; \tan \theta' = 0,8932 \Rightarrow \theta' = 41,77^\circ ;$$

$$F'_{td} = F_{td} \tan \theta' = 0,206 \text{ MN, avec } F_{td} = 0,23 \text{ MN} ;$$

$$F_{CD} = F_{td} / \cos \theta' = 0,308 \text{ MN}.$$

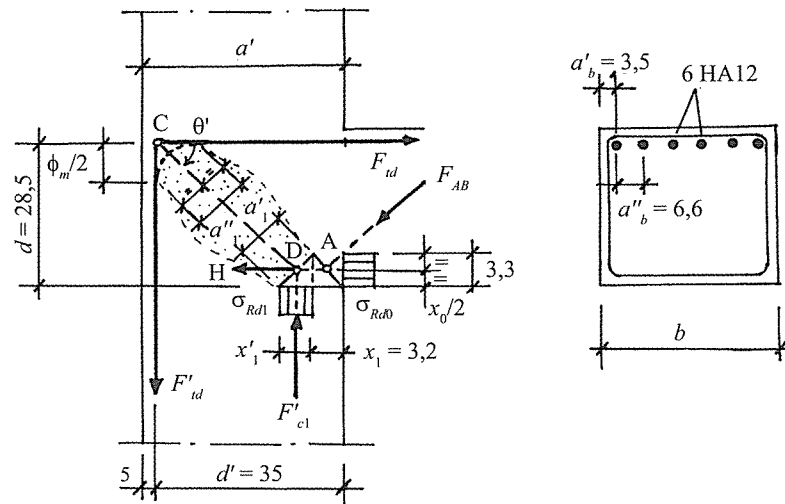


Figure 9. Modèle B-T simplifié de la liaison corbeau-poteau (avec courbure d'angle des armatures principales).

Remarque 1. La réaction horizontale H est transmise, par l'intermédiaire du nœud inférieur, à la membrure comprimée du poteau transmettant, elle-même, cet effort aux armatures transversales placées sous le corbeau. L'effort H se décompose en deux efforts H' et H'' équilibrés dans le nœud inférieur complètement proportionnellement aux efforts de compression dans la section de base, F_{c1} et F'_{c1} . Cette analyse plus adéquate conduit à une modification de la géométrie du nœud (Fig. 10). Toutefois, les valeurs caractéristiques obtenues ci-dessous sont *peu éloignées de celles calculées de façon simplifiée* :

avec $H_{Ed} = H = H' + H''$; $H' = Hx_1/(x_1 + x'_1)$; $x_1 = 3,2$ cm et $x''_1 = x_0 H'/F_{c1}$ où $F_{c1} = F_{Ed}$ il vient $x_0 = 0,0356$ m $\approx 3,6$ cm $> 3,3$ cm ;

$\tan \theta = 0,9652 \rightarrow \theta = 43,98^\circ < 44,2^\circ$;

$F_{td} = 0,232$ MN $> 0,23$ MN ; $F_{AB} = 0,274$ MN $> 0,272$ MN

$x'_1 = 0,0345$ m $\approx 3,5$ cm ; $x''_1 = 0,32$ cm

$\tan \theta' = 0,8931 \rightarrow \theta' = 41,77^\circ$ (*idem*)

$F'_{td} = 0,207$ MN $> 0,206$ MN ; $F_{CD} = 0,310$ MN $> 0,308$ MN

Remarque 2. Il est possible de considérer dans le poteau que les armatures inférieures prolongées du corbeau équilibrent la réaction H au nœud D (Fig. 13). Dans ce cas, la valeur de calcul de la contrainte $\sigma_{Rd,max}$ du nœud D est diminuée en raison de la présence d'un tirant horizontal ($k_2 = 0,85 < 1$). Elle conditionne aussi l'équilibre du nœud adjacent A dans le dimensionnement du corbeau. Cela conduirait, ici, à une faible augmentation de la section de calcul des armatures principales (inférieure à 3 %). Cette analyse prévaut lorsqu'un effort tangent important agit en partie supérieure du poteau.

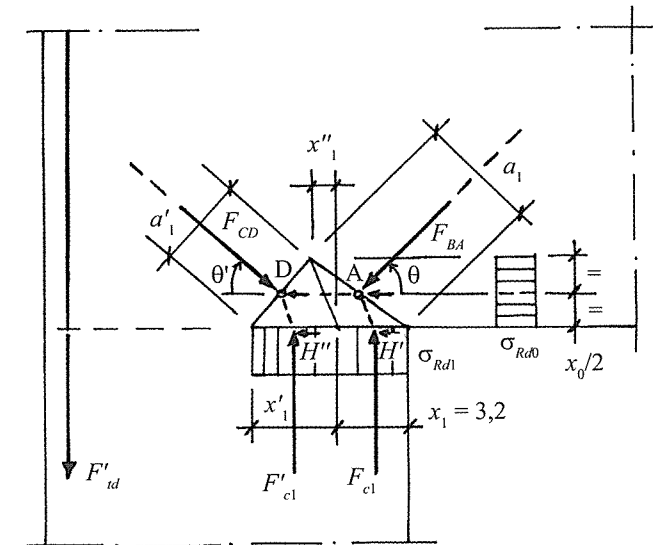


Figure 10. Équilibre global et géométrie du nœud inférieur avec une réaction tangente horizontale H distribuée sur la base du nœud ($H' + H'' = H$).

Remarque 3. La présence d'un effort normal de compression N dans le poteau au-dessus de sa liaison avec le corbeau conduit à un autre modèle B-T (Fig. 11) où la bielle d'angle FE est moins sollicitée du fait de l'intervention d'une nouvelle bielle médiane CD.

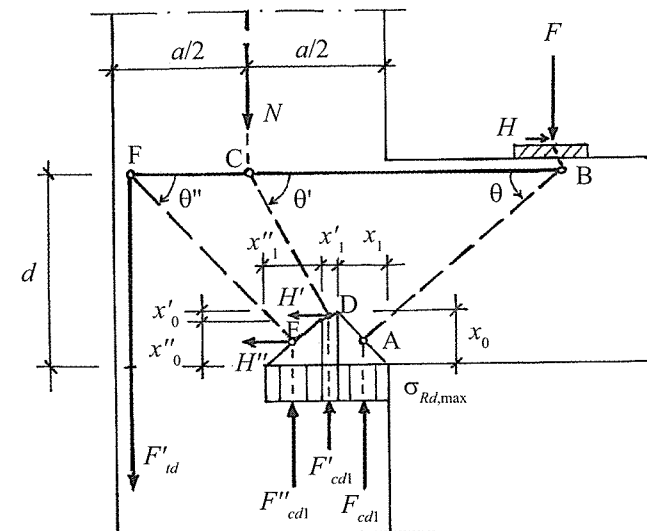


Figure 11. Modèle B-T avec un effort normal N en partie supérieure du poteau ($N < N_{min}$).

Remarque 4. L'effort N minimal pour équilibrer totalement l'effort de traction F_{td} du tirant principal par la bielle CD est obtenu pour $N_{\min} = 0,483$ MN, avec $\theta' = 64,55^\circ$

Soit, une contrainte moyenne en partie supérieure du poteau : $\sigma_c = 3$ MPa (20 % $\sigma_{Rd,max}$).

Lorsque $N > N_{\min}$, l'équilibre de la liaison poteau-corbeau impose une contrainte sous le nœud inférieur $\sigma_{Rd1} < \sigma_{Rd,max}$ (fig. 12) qui modifie la géométrie de ce nœud et conduit à une faible augmentation des efforts F_{td} et F_{AB} .

La contrainte σ_{Rd1} minimale est obtenue lorsque $N = 0,78$ MN, avec $\theta' = 73,45^\circ$ et $\sigma_{Rd1,min} = 12$ MPa.

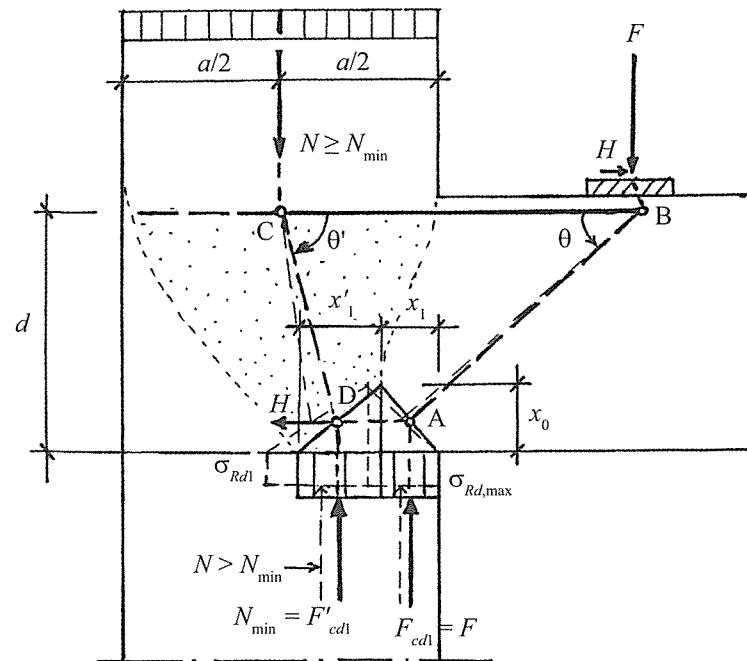


Figure 12. Modèle B-T pour un effort normal : $N_{\min} \leq N \leq N_{\max}$.

Remarque 5. L'effort N maximal est obtenu lorsque $\sigma_{Rd1} = \sigma_{Rd,max}$ pour $N_{\max} = 1,54$ MN.

Soit une contrainte élevée dans le poteau $\sigma_c = 9,6$ MPa (64 % $\sigma_{Rd,max}$).

3.7.2. Vérification aux nœuds

a) Nœud D

Nœud en compression sans tirant ancré confiné par des armatures transversales (avec $k_1 = 1$) :

$$\sigma_{Rd,max} = 1,1\gamma'f_{cd} = 16,5 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd} = \frac{F_{CD}}{a'_1 b} = 16,2 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,max} \text{ où } a'_1 = x'_1 \sin \theta' + x_0 \cos \theta' = 4,77 \text{ cm.}$$

Remarque. En considérant l'équilibre global du nœud inférieur avec une géométrie modifiée par l'intervention de la réaction horizontale H (fig. 10), il vient, après résolution :

$$a'_1 = (x'_1 - x''_1) \sin \theta' + x_0 \cos \theta' = 4,74 \text{ cm}$$

$$\sigma_{Rd} = 16,4 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,max}$$

$$\text{Nœud A : } a_1 = (x_1 - x''_1) \sin \theta + x_0 \cos \theta = 5 \text{ cm}$$

$$\sigma_{Rd} = 13,7 \text{ MPa} < 14,8 \text{ MPa} = \sigma_{Rd2} \text{ (corbeau isolé).}$$

b) Nœud C (Fig. 9)

La largeur a''_1 est donnée par la condition géométrique d'un nœud en compression-traction avec des armatures placées dans deux directions perpendiculaires [clause 6.5.4 (4) c] :

$$a''_1 = 2\phi_m/2 \cdot \min[\sin \theta'; \cos \theta'] \text{ ou bien } a''_1 = \phi_m \sin \theta'_{\min},$$

avec $\theta'_{\min} = \min[\theta'; 90^\circ - \theta']$ et ϕ_m = diamètre du mandrin [clause 8.3 (3)].

Selon l'EC2 $\phi_m \geq F_{bt}[(1/a_b) + 1/(2\phi)]/f_{cd}$, avec $f_{cd} = 16,7$ MPa ; $\phi = 12$ mm (HA12)

$$F_{bt} = F_{td}/6 = 0,0383 \text{ MN (par barre)}$$

$$a_b = \min[a'_b; a''_b/2] = 3,3 \text{ cm (Fig. 9)}$$

$$\phi_m \geq 0,165 \text{ m, soit } \phi_m = 17 \text{ cm et } \theta'_{\min} = \theta' = 41,77^\circ,$$

d'où $a''_1 = 11,3$ cm et $b = 40$ cm.

Valeur de calcul de la résistance de ce nœud :

$$\sigma_{Rd,max} = 0,75\gamma'f_{cd} = 11,3 \text{ MPa (} k = 0,75 \text{)}$$

$$\sigma_{Rd} = \frac{F_{CD}}{a''_1 b} = \frac{0,308}{0,113 \times 0,4} = 6,8 \text{ MPa} < \sigma_{Rd,max}$$

Remarque. En considérant le confinement apporté par le poteau, il est possible de majorer (au plus de 10 %) la contrainte $\sigma_{Rd,max}$ [clause 6.5.4(5)].

Il est aussi possible d'augmenter la valeur recommandée k_3 , selon l'AN, avec $0,75 < k_3 \leq 0,9$. Il vient avec $k_3 = 0,9$; $\sigma_{Rd,max} = 13,5$ MPa.

3.7.3. Tirants secondaires

a) Effort de traction

Zone de discontinuité complète (Fig. 9) :

$$T = \frac{1}{4} \left(1 - 0,7 \frac{a'}{H'/2} \right) F_{CD} = 0,0556 \text{ MN}$$

avec $a' = (a'_1 + a''_1)/2 = 8 \text{ cm} < H'/2$

où $H' \cong CD = (d - x_0/2)/\sin\theta' = 40,3 \text{ cm}$ (sur une longueur de $0,4 H'$).

b) Armatures horizontales secondaires (Fig. 13)

$$A_h = \frac{2T \sin\theta'}{f_{yk}/\gamma_s} = 1,7 \text{ cm}^2. \text{ Soient 2 boucles HA8 } (A_{sr} = 2 \text{ cm}^2).$$

c) Armatures verticales secondaires (Fig. 13)

$$A_t = \frac{2T \cos\theta'}{f_{yk}/\gamma_s} = 1,9 \text{ cm}^2. \text{ Soient } 2 \times 2 \text{ HA8 } (A_{sr} = 2 \text{ cm}^2).$$

Remarque. Dans le cas où un effort de compression intervient dans la partie supérieure du poteau de façon suffisante ($N \geq N_{min}$) les armatures verticales ne sont pas nécessaires. Les armatures horizontales sont alors dimensionnées en considérant l'élément CD comme une demi bielle (Fig. 12).

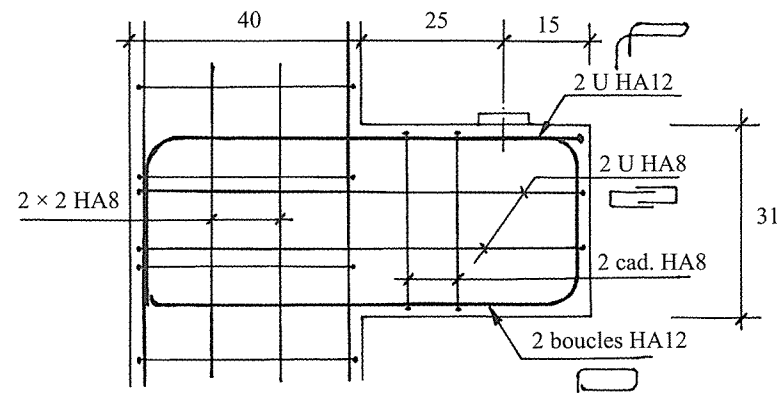


Figure 13. Schéma de ferrailage poteau-corbeau.

3.7.4. Vérification de la bielle

La bielle CD est en zone comprimée fissurée en présence d'armatures transversales tendues soit : $\sigma_{Rd,max} = 0,6 v' f_{cd} = 9 \text{ MPa}$.

Largeur efficace de la bielle : $b_{ef} = 0,5 H' + 0,65 a' = 25,3 \text{ cm}$ ($a' = 8 \text{ cm} < H'/2$).

Largeur moyenne : $b'_{ef} = (b_{ef} + a')/2 = 16,6 \text{ cm}$

$$\sigma_{c2} = \frac{F_{CD}}{b b'_{ef}} = 4,6 \text{ MPa} \ll \sigma_{Rd,max}$$

CONCLUSION

Le calcul du corbeau (isolé) par la méthode des bielles et tirants selon l'Eurocode 2 conduit sensiblement au même ferrailage que celui donné par la réglementation française (quantité et dispositions des armatures).

La modélisation B-T permet, de plus, une meilleure analyse du comportement mécanique complet de la liaison, non indépendante, corbeau-poteau. Elle montre que les armatures principales du corbeau ne peuvent être considérées comme simplement ancrées depuis la section d'encastrement du corbeau sur le poteau.

La modification de la zone du poteau adjacente au corbeau tenant compte des conditions de sollicitations aux limites, au-dessus et en-dessous du poteau, permet de dimensionner le corbeau selon des hypothèses cohérentes de calcul. Toutefois, il est possible de considérer le corbeau isolé lorsque le poteau est peu sollicité. Des armatures longitudinales secondaires peuvent apparaître nécessaires dans cette zone du poteau pour équilibrer les efforts de fendage développés par la bielle inclinée, notamment, si l'effort de compression dans la partie supérieure du poteau est de faible intensité.

Bibliographie

- [1] SCHÄFER K. – “Deep beams and discontinuity regions”, “Nodes”. *Structural concrete, Textbook on behaviour, design and performance*, vol. 3, FIB, décembre 1999.
- [2] THONIER H. – *Conception et calcul des structures de bâtiments*, Tome 4, Presses des Ponts et Chaussées, 1996.
- [3] PERCHAT J., ROUX J. – *Maîtrise du BAEL 91 et DTU associés*, Eyrolles 1994.