

Semelles superficielles

INTRODUCTION

Les semelles superficielles rigides correspondent à des éléments de structure présentant une région de discontinuité géométrique pour laquelle la méthode des bielles et tirants (B-T) selon l'Eurocode 2 est applicable pour leur justification à l'état limite ultime.

Dans ce chapitre, après avoir identifié, de façon générale, les modèles B-T à considérer dans les calculs, une justification des éléments tirants, bielles et nœuds est présentée pour les semelles sous mur et sous poteau en compression centrée. Puis, des exemples numériques sont traités dans les cas d'une semelle superficielle courante soumise à la compression, sans et avec flexion, permettant une comparaison des résultats avec ceux donnés par la pratique française [1, 2, 6] issue des travaux de Lebellet [3].

1. IDENTIFICATION DES MODÈLES BIELLES ET TIRANTS

La modélisation en bielles et tirants à considérer, vis-à-vis de l'état limite ultime (ELU), dépend de la sollicitation équilibrée par l'élément porté par la semelle superficielle : compression centrée ou flexion composée [4]. Le poids propre de la semelle n'intervient pas dans cette étude.

La méthode B-T s'applique, en toute rigueur, à des *semelles rigides* dont l'élanement, $\delta/h \leq 1$, où $\delta = (B - b)/2$ ou $(A - a)/2$, respecte le principe de Saint-Venant (Fig. 1).

Remarque. Dans le cas de *semelles de rigidité usuelle* (en France) telle que : $(B - b)/4 \leq d$ [ou $h < \delta \leq 2d$], il convient de considérer ces semelles *semi-rigides*, en utilisant une méthode de calcul « adéquate » combinant par interpolation les résultats obtenus par la méthode B-T et ceux fondés sur la méthode par flexion [7], proportionnellement à la raideur relative des deux modèles (cf. § 3.1.2 et 3.2.2, Remarque 2). La méthode par flexion est applicable aux semelles *flexibles* d'élanement : $\delta/h \geq 3$, assimilées à des dalles : B ou A $\geq 5h$ [clause 5.3.1(4)].

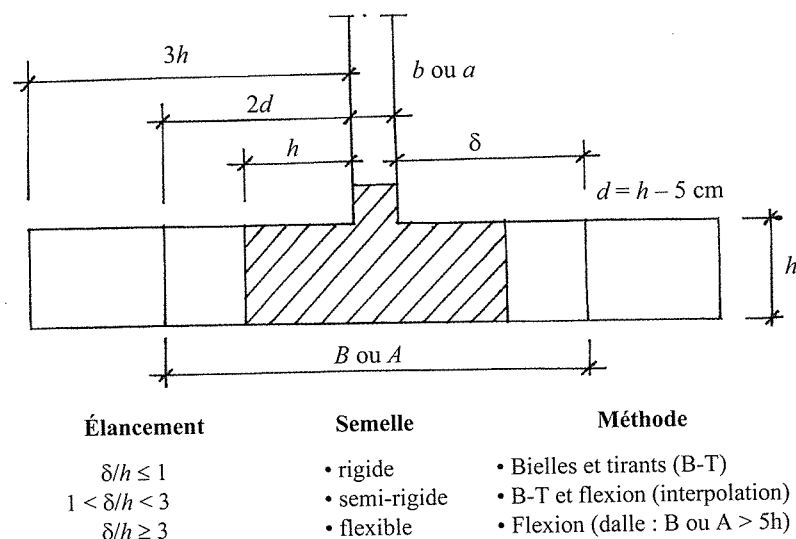


Figure 1. Types de semelle et méthodes de calcul « adéquates » en fonction de l'élancement δ/h [où $\delta = (B - b)/2$ ou $(A - a)/2$, avec : A et B = dimensions en plan de la semelle].

N.B. La semelle peut être *non armée* [clause 12.9.3] lorsque :
 $h \geq 2\delta = 2(B - b)/2$, soit $h \geq B - b$
 ou $\tan \theta \geq 4Z/(B - b) \# 4$, $0,9 h/h = 3,6 \# 3,5$ (Fig. 2a).

1.1. Semelle rigide sous mur ou sous poteau en compression centrée (charge centrée)

La méthode des bielles et tirants conduit à un modèle simple de deux ou quatre bielles de transmission de la charge équilibrées par les réactions du sol, par un ou quatre tirants et une ou quatre *bielletes horizontales* sous le mur ou le poteau (Fig. 2).

Les efforts de traction dans les tirants dépendent du bras de levier Z et du plan considéré xoy ou zoy (voir la justification des éléments du modèle).

Remarque. Le modèle B-T fixe $Z < d$, alors que les règles françaises, en s'appuyant sur le schéma de Lebel, adoptent implicitement $Z = d$. En effet, la théorie de Lebel suppose, pour l'équilibre statique, l'intervention d'un effort de compression horizontal situé à l'interface de l'élément porteur et de la semelle. Or, compte tenu de la faible mobilisation mécanique transversale du mur ou du poteau en béton (en particulier en présence d'une reprise de bétonnage), cet effort horizontal n'est essentiellement équilibré que dans la zone supérieure de la semelle en béton, sous l'élément porteur. Cette condition devient pleinement nécessaire lorsque la semelle supporte un poteau métallique ou un mur en maçonnerie. Il est ainsi prudent de considérer l'intervention d'un nœud comprimé sous l'élément porteur, quelle que soit sa nature. En conséquence,

pour les semelles rigides, cette modélisation conduit à une majoration des efforts dans les armatures inférieures par rapport aux règles françaises. En revanche, elle n'a pas d'effet sur la section d'armatures pour les semelles semi-rigides usuelles (cf. § 3.1.2, Remarque 2).

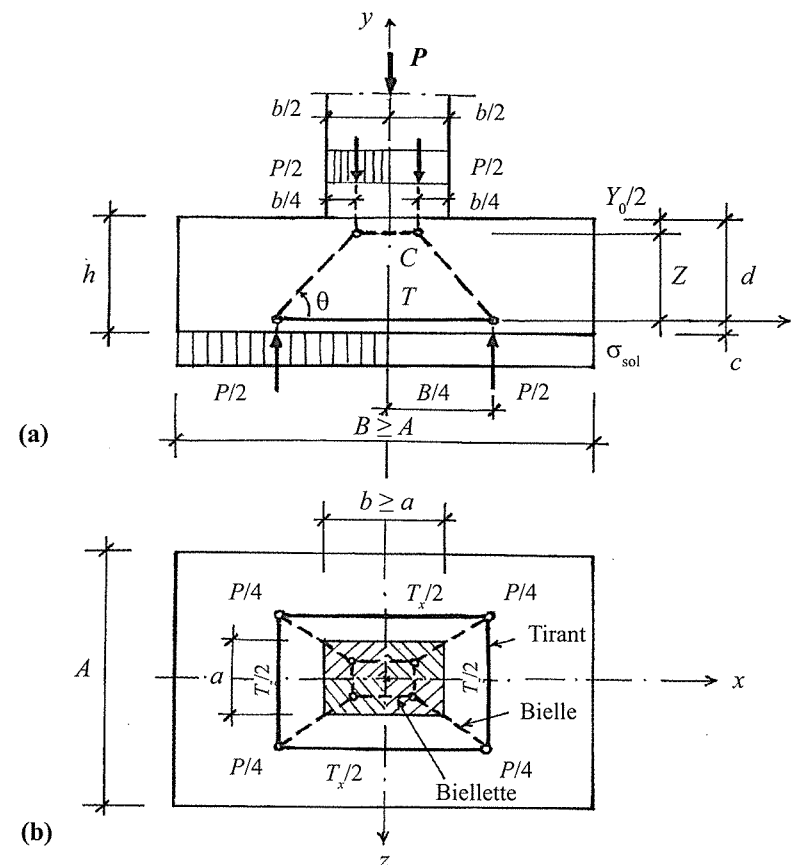


Figure 2. Modélisation B-T pour une semelle rigide sous mur (a) ou sous poteau (a et b) en compression centrée :
 a) coupe verticale suivant le plan xoy ; b) vue en plan du modèle tridimensionnel.

N.B. Pour une semelle fondée sur rocher [clause 9.8.4], lorsque la pression du sol à l'ELU $q_2 > 5$ MPa (valeur recommandée), seules les armatures transversales ($\phi_{\min} = 8$ mm) résistant à l'éclatement de la semelle sont requises (voir Fig. 3) :
 $A_{st} = 0,25 (1 - c/h) N_{Ed} / f_{yd}$; où $h = \min [b ; H]$.

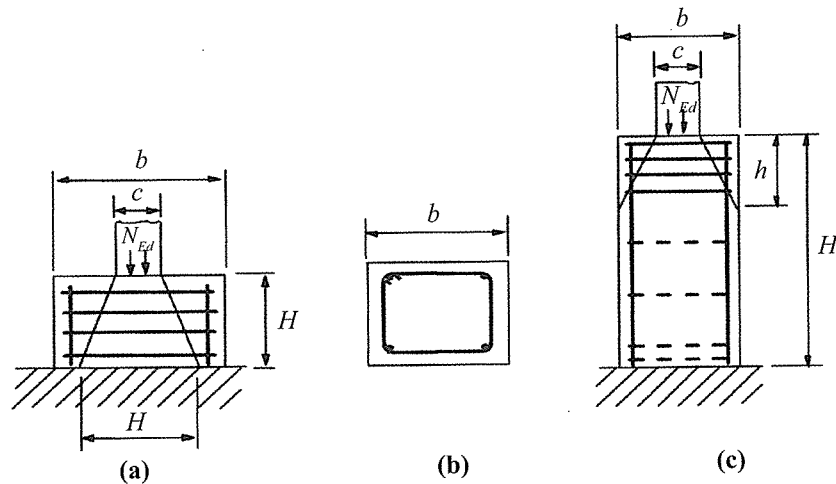


Figure 3. Armatures transversales dans une semelle fondée sur rocher : a) semelle avec $b \geq H$; b) section transversale; c) semelle avec $b < H$.

1.2. Semelle rigide sous poteau en flexion composée (charge excentrée)

L'excentricité e de la charge P , produit à l'ELU une distribution des contraintes de réaction plastique du sol partiellement constante sur une aire A ($B - 2e$).

La modélisation dépend du mode de sollicitation de la section du poteau soumis à la flexion composée dans un plan xoy . La section d'encastrement du poteau ($a \times b$) sur la semelle est, à l'ELU, soit partiellement comprimée avec aciers tendus (Fig. 4), soit entièrement ou partiellement comprimée sans aciers tendus.

Remarque. L'hypothèse d'une distribution des contraintes de réaction trapézoïdale ou triangulaire correspondant à un comportement élastique du sol n'est nécessaire qu'à l'état limite de service (ELS), en particulier, pour la vérification de l'ouverture des fissures en partie inférieure de la semelle (cf. § 3.3.2a, Remarque 4).

1.2.1. Section du poteau partiellement comprimée avec aciers tendus

a) Modélisation B-T dans un plan xoy

La section d'encastrement (ab) est soumise aux efforts de compression équilibrés par le béton, F_{cd} , par les aciers comprimés, F'_{sd} , ainsi qu'à l'effort de traction équilibré par les aciers tendus, F_{sd} (Fig. 4.a). L'effort F_{cd} , transmis à la section d'aire ax , se décompose en F_{cd1} et F_{cd2} correspondant aux sollicitations équilibrées dans les sections comprimées d'aires ax_1 et ax_2 , soit :

$$F_{cd} = F_{cd1} + F_{cd2} \text{ et } x = x_1 + x_2 \leq b$$

$$\text{où } F_{cd1} = F_{cd} x_1/x \text{ et } F_{cd2} = F_{cd} x_2/x.$$

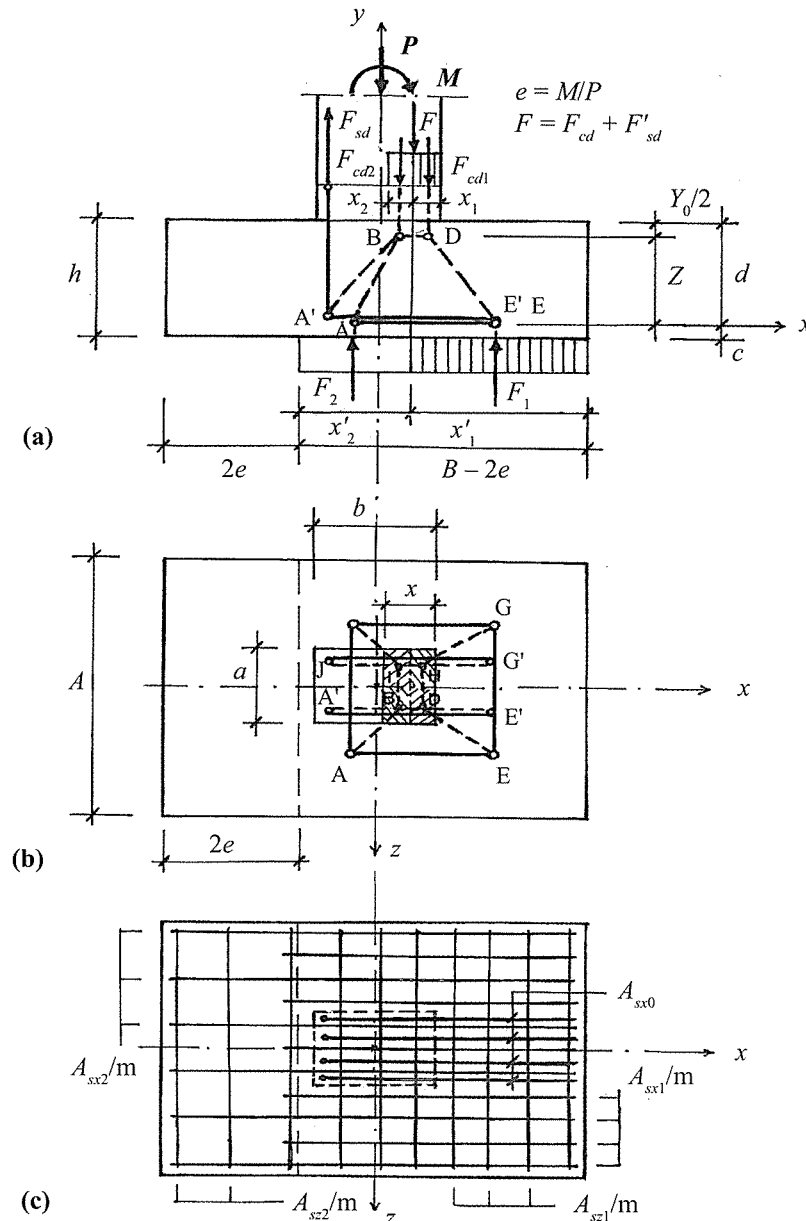


Figure 4. Modélisation B-T pour une semelle rigide sous poteau en flexion composée (dans le plan xoy) de section partiellement comprimée avec aciers tendus ($e < B/6$) : a) coupe verticale suivant le plan xoy ; b) vue en plan du modèle tridimensionnel; c) schéma des armatures associé au modèle.

Le modèle B-T est défini, à l'équilibre, pour le tracé des bielles A B D' D E et A' B D' D E sous l'effort F_{sd} et les réactions du sol sous la semelle F_1 et F_2 , fonction de x'_1 et x'_2 (Fig. 4), avec $P = F_1 + F_2$ et $B - 2e = x'_1 + x'_2$ où $F_1 = F_{cd1} + F'_{sd}$; $F_2 = F_{cd2} - F_{sd}$

L'effort maximal de traction dans le tirant, T_x , est obtenu pour une valeur de x'_1 correspondant à la position de l'effort résultant de compression F ($F = F_{cd} + F'_{sd}$) dans la section d'encastrement par rapport au bord de la semelle (voir application numérique).

Remarque 1. Les armatures correspondant aux tirants A'E' et J'G' équilibrant les efforts horizontaux des bielles A'B ; D'E' et J'I ; H'G' sont concentrées, au niveau de la nappe inférieure (A_{sx0}), sur la largeur a du poteau (Fig. 4.c). Cette disposition, acceptable pour une excentricité modérée de la charge ($e < B/6$), ne rend pas compte d'une répartition des efforts au sein de la semelle nécessaire pour une excentricité plus élevée ($e > B/6$). Une modélisation alternative permet, dans ce dernier cas, une meilleure répartition de ces armatures sur la largeur A de la semelle (Fig. 5) [4].

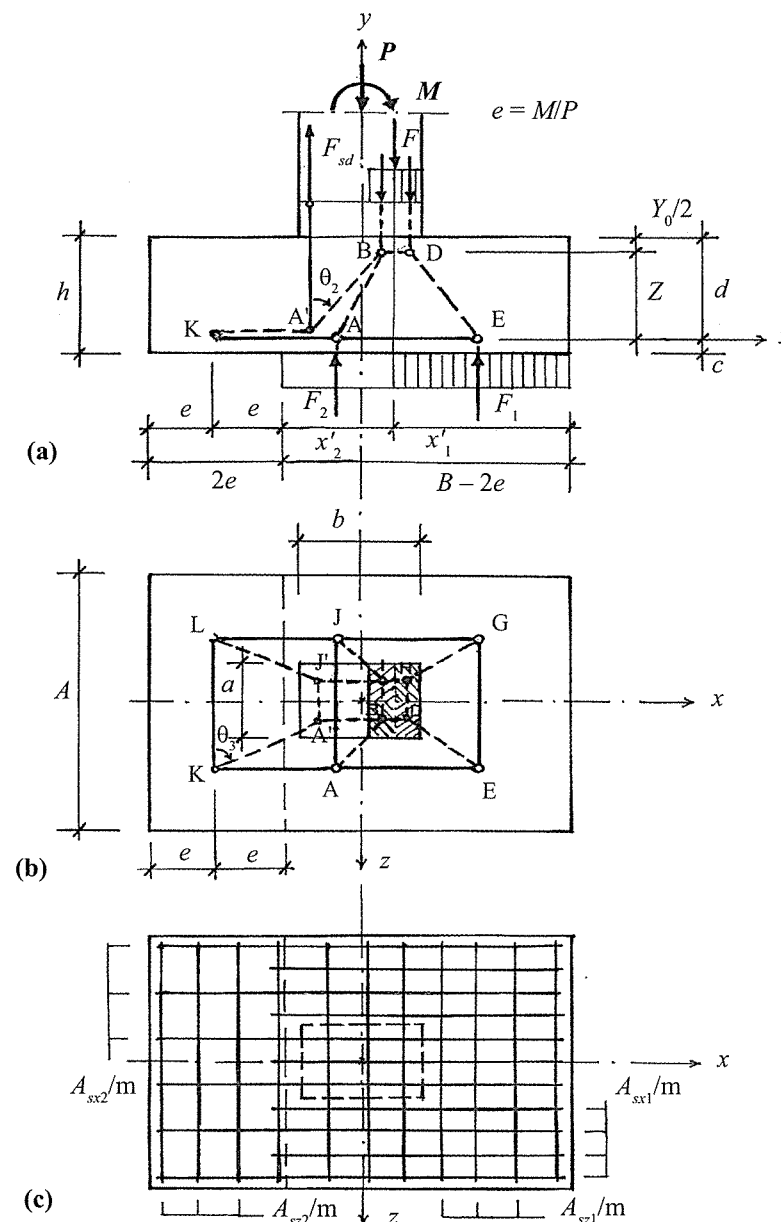


Figure 5. Modélisation B-T alternative pour une semelle rigide sous poteau en flexion composée (dans le plan xoy) de section partiellement comprimée avec aciers tendus ($e > B/6$):
a) coupe verticale suivant le plan xoy ; b) vue en plan du modèle tridimensionnel;
c) schéma des armatures associé au modèle.

Remarque 2. Cette modélisation appropriée conduit (malgré la valeur $Z < d$) à une réduction des efforts dans les armatures par rapport à ceux donnés par les règles empiriques françaises (voir l'application).

b) Modélisation B-T dans un plan zoy

Dans le plan orthogonal de symétrie zoy , le modèle est identique à celui de la semelle sous poteau en compression centrée (Fig. 2a) soumise à des efforts $P = F_1$ ou $P = F_2$ équilibrés par les bielles DE et HG ou AB et IJ dans le plan transversal (Fig. 4b ou Fig. 5b). Cela conduit à des armatures transversales réparties (A_{sz1}) dans la zone étendue sur $(B - 2e)$.

1.2.2. Section du poteau entièrement ou partiellement comprimée sans aciers tendus

Il s'agit d'un cas particulier de la semelle rigide précédente pour laquelle l'effort correspondant aux aciers tendus du poteau est nul, $F_{sd} = 0$.

2. JUSTIFICATION DES TIRANTS, BIELLES ET NŒUDS : SEMELLES RIGIDES SOUMISES À UNE COMPRESSION CENTRÉE

Une justification générale est présentée dans le cas courant d'une semelle superficielle rigide sous mur ou sous poteau en compression centrée (selon la modélisation, Fig. 2). Le prédimensionnement de la semelle est supposé conduit de manière habituelle.

2.1. Justification du nœud sous la charge

2.1.1. Semelle sous mur

Contrainte dans la bielle horizontale pour le nœud en compression *biaxiale* sous le mur (Fig. 2a) :

$$\sigma_{c0} = \frac{C}{Y_0} \leq \sigma_{Rd, \max}$$

où $C = \frac{P_{Ed}(B-b)}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{Z}$, avec $Z = 0,95 d$ (valeur forfaitaire) ;

$$\sigma_{Rd, \max} = k_1 v' f_{cd} \text{ (nœud en compression), avec } f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \alpha_{cc}; v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} ;$$

$k_1 = 1$ (valeur recommandée).

N.B. En considérant le confinement du nœud dans le sens longitudinal de la semelle, on peut prendre $k_1 = 1/v'$ (selon l'annexe nationale).

Remarque 1. Il est possible de déterminer un bras de levier Z maximal pour rendre l'effort de traction du tirant inférieur ($T = C$) minimal en posant : $\sigma_{c0} = \sigma_{Rd, \max}$ (voir application).

Remarque 2. Compte tenu de la géométrie du nœud les contraintes σ_{Rd1} et σ_{Rd2} sont justifiées si $\sigma_{c0} \leq \sigma_{Rd, \max}$.

2.1.2. Semelle sous poteau

Contrainte dans la bielle horizontale (plan xoy) pour le nœud en compression *triaxiale* sous le poteau (Fig. 2b) :

$$\sigma_{c0} = \frac{C_x}{Y_0 a} \leq \sigma_{Rd, \max}$$

où $C_x = \frac{P_{Ed}(B-b)}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{Z} > C_z$ (plan zoy), avec $Z = 0,95 d$ (valeur forfaitaire) ;

et $\sigma_{Rd, \max} = k_4 v' f_{cd}$ où $k_4 = 3$ (valeur de l'annexe nationale).

Remarque 1. La section de la bielle horizontale est considérée équivalente à l'aire $Y_0 a$.

Remarque 2. Les contraintes σ_{Rd1} et σ_{Rd2} dans le plan xoy ne sont pas à justifier car elles sont plus faibles que σ_{c0} (voir application numérique).

2.2. Armatures inférieures

De façon générale, l'effort de traction dans le tirant inférieur de la semelle sous mur ($T = T_x$) ou sous poteau ($T = T_x$ ou T_z) vaut :

$$T_x = C_x = \frac{P_{Ed}}{8Z} (B-b) \quad T_z = \frac{P_{Ed}}{8Z} (A-a) \quad \text{où } Z = 0,95 d \text{ (forfaitaire) ;}$$

$$A_{sx} = \frac{T_x}{f_{yk}/\gamma_s} \quad A_{sz} = \frac{T_z}{f_{yk}/\gamma_s}$$

Remarque 1. Pour les semelles *rigides* $[(B-b)/2 \leq h]$ pour lesquelles la méthode B-T est pleinement applicable, la section d'acier théorique est *augmentée* par rapport à la pratique française (où $Z = d$).

Pour les semelles *semi-rigides* $[(B-b)/4 \leq d]$, courantes en France, la méthode de calcul « adéquate » conduit à des résultats analogues (cf. les applications au paragraphe 3).

Remarque 2. Les armatures longitudinales de la semelle sous mur sont disposées selon des prescriptions minimales : diamètre $\phi_{\min} = 8$ mm (valeur recommandée), section minimale et espacement maximal (voir EC2).

2.3. Justification des bielles

La vérification des contraintes dans les bielles comprimées de béton n'est pas requise en raison du confinement des bielles dû au grand volume de béton de la semelle massive [5].

Ce confinement justifie également l'absence d'armatures secondaires contrôlant le fendage longitudinal des bielles.

2.4. Justifications complémentaires

L'ancrage des armatures inférieures doit être justifié selon la clause 9.8.2.2 (voir application numérique : semelle sous mur).

De plus, une vérification au poinçonnement est exigée pour une semelle sous poteau suivant la clause 6.4.4 (2) (voir application numérique).

3. APPLICATIONS : SEMELLES USUELLES SOUS CHARGE CENTRÉE OU EXCENTRÉE

Trois applications numériques sont menées pour des semelles usuelles soumises à une charge centrée sous mur ou sous poteau, et pour une semelle sous poteau soumis à une charge excentrée.

3.1. Semelle usuelle sous mur avec charge centrée

Soit la semelle de largeur $B = 1,75$ m, de hauteur $h = 0,45$ m, placée sous un mur en béton de largeur 15 cm soumis à une charge ultime centrée P_{Ed} [1] (Fig. 6).

- Matériaux :
 - béton $f_{ck} = 25$ MPa ;
 - aciers $f_{yk} = 500$ MPa.
- Action unitaire
 $P_{Ed} = 0,702$ MN/m.

Remarque. L'élancement, $(B - b)/2h > 1$, ne confère pas à cette semelle la rigidité nécessaire à l'utilisation de la méthode B-T, et sa hauteur, $h > B/5 = 0,35$ m, ne permet pas de l'assimiler à une dalle flexible [clause 5.3.1(4)]. Cette semelle *semi-rigide* doit être calculée par interpolation des résultats obtenus par la méthode B-T, appliquée ci-après, et la méthode par flexion (voir § 3.1.2 Remarque 2).

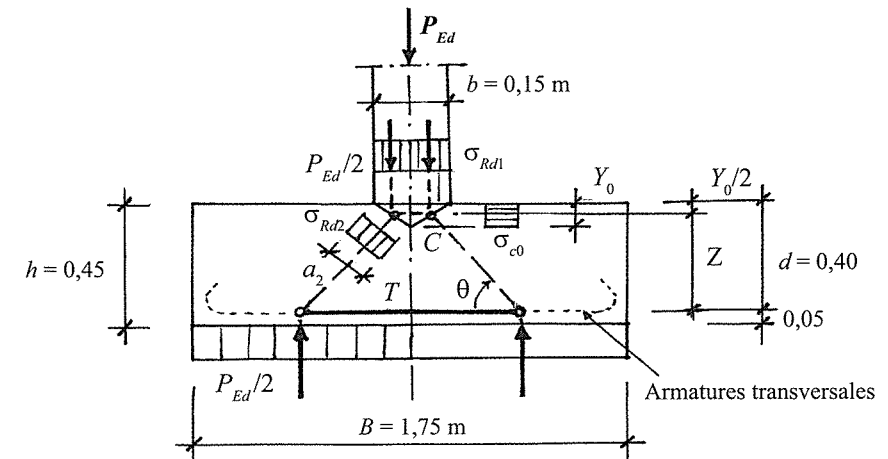


Figure 6. Modélisation B-T de la semelle, supposée rigide, soumise à une charge ultime, avec présence du nœud sous le mur.

3.1.1. Justification du nœud sous le mur

a) Contrainte de calcul maximale

Nœud en compression bi-axiale (sans tenir compte du confinement longitudinal) :

$$\sigma_{Rd, \max} = k_1 v' f_{cd} = 15 \text{ MPa}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \alpha_{cc} = 16,7 \text{ MPa} \quad v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0,9$$

$$k_1 = 1.$$

b) Justification des contraintes

La section minimale des armatures suppose un bras de levier maximal obtenu lorsque la contrainte dans la bielle sous le mur atteint la valeur $\sigma_{Rd, \max}$.

Soit $\sigma_{c0} = \frac{C}{Y_0} = \sigma_{Rd, \max}$, où C = effort de compression dans la bielle.

$$C = \frac{P_{Ed}(B - b)}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{Z}, \text{ avec } Z = d - Y_0/2.$$

Il vient $\frac{P_{Ed}(B - b)}{8(d - Y_0/2)} = Y_0 \sigma_{Rd, \max}$, avec $\sigma_{Rd, \max} = \sigma$, il vient :

$$\frac{\sigma}{2} Y_0^2 - d \sigma Y_0 + \frac{P_{Ed}}{8} (B - b) = 0$$

⇒ soit $Y_0 = 2,4 \text{ cm}$

$$\begin{cases} Z = 0,40 - \frac{0,024}{2} = 0,39 \text{ m} = 0,97d \\ \tan \theta = \frac{4Z}{B-b} = 0,975 \rightarrow \theta = 44,27^\circ < 45^\circ \end{cases}$$

Remarque Lorsque l'optimisation des aciers n'est pas recherchée, il est possible de prendre forfaitairement : $Z = 0,95d$.

Contraintes sur les facettes du nœud (Fig. 6) :

$$\sigma_{Rd1} = \frac{P_{Ed}}{b} = 4,7 \text{ MPa} \ll \sigma_{Rd, \max}$$

$$\sigma_{Rd2} = \frac{P_{Ed}}{2a_2 \sin \theta} = 7,2 \text{ MPa} \ll \sigma_{Rd, \max}$$

$$\text{avec } a_2 = Y_0 \cos \theta + \frac{b}{2} \sin \theta = 0,0695 \text{ m}$$

Ces contraintes σ_{Rd1} et σ_{Rd2} , de faibles intensités par rapport à σ_{c0} , ne sont pas à justifier dans la pratique pour les semelles sous mur.

3.1.2. Armatures inférieures transversales

Effort de traction :

$$T = C = \frac{P_{Ed}}{8Z}(B-b) = 0,362 \text{ MN/m}$$

$$A_s = \frac{T}{f_{yk}/\gamma_s} = 8,32 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_s > 8,07 \text{ cm}^2/\text{m} \text{ (BAEL)}$$

$$\Rightarrow 5 \text{ HA16/m } (A_{sr} = 10,05 \text{ cm}^2/\text{m})$$

Remarque 1. Ce ferrailage obtenu selon le modèle B-T, dans l'hypothèse d'une semelle rigide, correspond à une section d'aciers majorée de 3 % par rapport aux règles françaises [6].

Remarque 2. L'élancement de cette semelle, $\delta/h = (B-b)/2h = 1,78 > 1$, lui confère une certaine flexibilité. En considérant la semelle *semi-rigide*, la section d'armatures A_s est calculée en combinant par interpolation la section A_{s1} , obtenue par la méthode B-T, et la section A_{s2} , fondée sur la méthode par flexion [7], proportionnellement à la raideur relative des deux modèles (B-T et flexion).

$$\text{Soit : } A_s = A_{s1}(1-\lambda) + A_{s2}(\lambda)$$

avec $\lambda = 1/2 [(\delta/h) - 1]$, où $\delta/h = (B-b)/2h$ tel qu'en flexion $\lambda = 1$, pour $\delta/h \geq 3$ (dalle) et en B-T, $\lambda = 0$, pour $\delta/h \leq 1$ (semelle rigide).



Pour cette semelle ($\delta/h \# 2 \rightarrow \lambda = 1/2$) : $A_s = 1/2 A_{s1} + 1/2 A_{s2} = 7,95 \text{ cm}^2/\text{m} < A_{s1}$

où $A_{s1} = 8,32 \text{ cm}^2/\text{m}$; $A_{s2} = 7,57 \text{ cm}^2/\text{m}$

avec, en flexion, le moment dans la section d'encastrement de la semelle sur le mur :

$$M_{u2} = (P_{Ed}/8B)(B-b)^2 = 0,128 \text{ mMN}$$

$$\mu_2 = M_{u2}/(d^2 f_{cd}) = 0,048 ; f_{cd} = 16,7 \text{ MPa}$$

$$Z = 0,5[1 + \sqrt{(1-2\mu_2)}]d = 0,39 \text{ m}$$

$$A_{s2} = M_{u2}/Z f_{yd} = 7,57 \text{ cm}^2/\text{m} ; f_{yd} = 435 \text{ MPa}$$

La section réduite ainsi calculée (-5 %) correspond à celle donnée par les règles françaises pour ces semelles d'élancement courant en France.

Remarque 3. Les armatures longitudinales de répartition, correspondant au deuxième lit inférieur, sont disposées forfaitairement avec $\phi_{\min} = 8 \text{ mm}$ [clause 9.8.2.1 (1)].

3.1.3. Justification des bielles

La vérification des contraintes dans les bielles n'est pas requise en raison du confinement du béton dans la semelle massive [5].

3.1.4. Ancrage des armatures

L'effort de traction F_s (Fig. 7) doit être ancré dans le béton à l'abscisse x :

$$F_s = R \cdot Z'/Z \text{ [clause 9.8.2.2 (2)]}$$

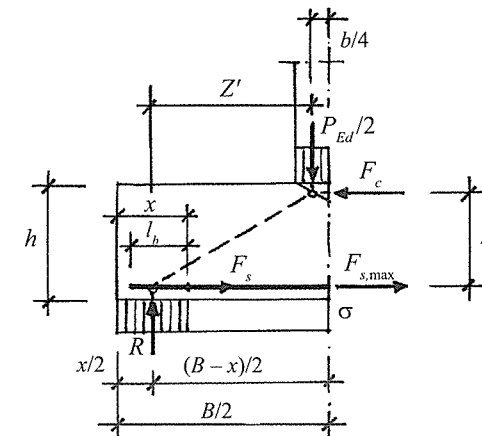


Figure 7. Schéma mécanique retenu par l'EC2 pour l'ancrage des armatures.

Dans l'hypothèse de barres droites, on pose $x_{\min} = h/2$ [clause 9.8.2.2 (5)].

$$\text{Soit } F_s = \frac{x\sigma}{Z} \left(\frac{B-x}{2} - \frac{b}{4} \right) = 0,1678 \text{ MN/m où } \sigma = \frac{P_{Ed}}{B} ; x = x_{\min} = 0,225 \text{ m ;}$$

$$Z = 0,39 \text{ m.}$$

a) Longueur d'ancrage de référence [clause 8.4.3]

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \quad [\text{clause 8.4.3 (3)}]$$

où $\sigma_{sd} = \frac{F_s}{A_{sr}} = 167 \text{ MPa}$ ($A_{sr} = 10,05 \text{ cm}^2$)

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} \quad [\text{clause 8.4.2 (2)}]$$

où $f_{ctd} = \alpha_c f_{ctk,0,05} / \gamma_c = 1,2 \text{ MPa}$ [clause 3.1.6 (2) P]

avec $\alpha_c = 1$ (valeur recommandée) ; $f_{ctk,0,05} = 1,8 \text{ MPa}$; $\gamma_c = 1,5$

$\eta_1 = 1$ ($h > 600 \text{ mm}$, bonne condition de coulage)

$\eta_2 = 1$ pour $\phi = 16 \text{ mm} < 32 \text{ mm}$

soit $f_{bd} = 2,7 \text{ MPa}$, et $l_{b,rqd} = 0,247 \text{ m}$.

b) Longueur d'ancrage de calcul : l_{bd} [clause 8.4.4]

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,\min}$$

– ancrage en traction : $l_{b,\min} = \max[0,3 l_b; 10\phi; 100 \text{ mm}] = 0,16 \text{ m}$;

– ancrage droit :

$\alpha_1 = 1$

$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \phi) / \phi = 0,756$ (enrobage)

$0,7 < \alpha_2 < 1$

avec (Fig. 8) $c_d = \min\left[\frac{a}{2}, c\right] = 0,042 \text{ m}$

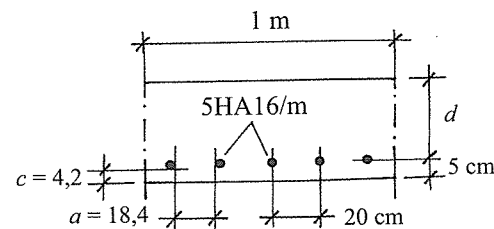


Figure 8. Disposition longitudinale des armatures.

$\alpha_3 = 1 - k = 1$ (confinement $k = 0$)

$\alpha_4 = 0,7$ (confinement)

avec barres transversales soudées (TS), si $\phi_t > 0,6\phi = 10 \text{ mm}$

$\alpha_5 = 1$ (sans contrainte transversale)

$\alpha_2 \alpha_3 \alpha_5 = 0,756 > 0,7$

soit, avec barres transversales soudées :

$l_{bd} = 0,756 \times 0,7 \times 0,247 = 0,13 \text{ m}$

$l_{bd} < x - 0,03 = 0,195 \text{ m}$ (convient).

Remarque 1. Ici $l_{bd} < l_{b,\min}$ est possible en raison de barres transversales.

Remarque 2. En utilisant la simplification [clause 8.4.4 (2)] (Fig. 9) :

$x = 0,225 \text{ m}$; $l_{b,eq} = \alpha_1 l_{b,rqd} = 0,173 \text{ m}$; $l_{b,eq} < l_b = 0,195 \text{ m}$

où $\alpha_1 = 0,7$ (TS), avec $c_d = \frac{a}{2} = 9,2 \text{ cm} > 3\phi = 4,8 \text{ cm}$, $l_b = x - 0,03 = 0,195 \text{ m}$.

Les armatures soudées (ou avec crochets normaux) conviennent.

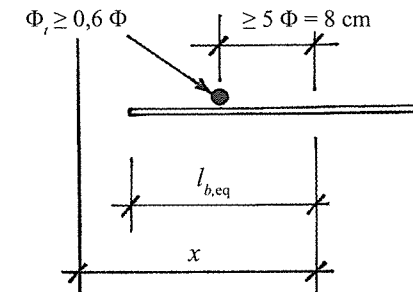


Figure 9. Ancrage des armatures.

N.B. La valeur de x_{\min} pour équilibrer la force d'ancrage est donnée par la relation :

$$l_{b,eq}(x) = \frac{0,7\phi}{4A_{sr}f_{bd}4BZ} P_{Ed} x [(2B - b) - 2x]$$

$$l_{b,eq}(x) = x - 0,03$$

$\Rightarrow x_{\min} = 0,155 \text{ m} < 0,225 \text{ m}$ (forfaitaire).

Remarque 3. Avec des barres non soudées droites, il vient :

$l_{bd} = 0,756 \times 1 \times 0,247 = 0,187 > l_{b,\min}$

$l_{bd} < x - 0,03 = 0,195 \text{ m}$ (convient aussi).

3.1.5. Influence d'un effort tangent

a) Modélisation

En présence d'un effort tangent V transmis par le mur, la modélisation B-T conduit à une géométrie dissymétrique des bielles (Fig. 10).

L'effort V engendre un moment Vh au niveau inférieur de la semelle qui produit une distribution des contraintes de réaction plastique du sol partiellement constante sur une aire B-2e, où $e = Vh/P$, avec $P = P_{Ed}$.

En posant $V = \lambda P$, il vient $e = \lambda h$.

Le parcours de la charge $P/2$ impose une réaction du sol $P/2$ correspondant à la résultante des pressions sous la semelle sur une aire $(B-2e)/2$.

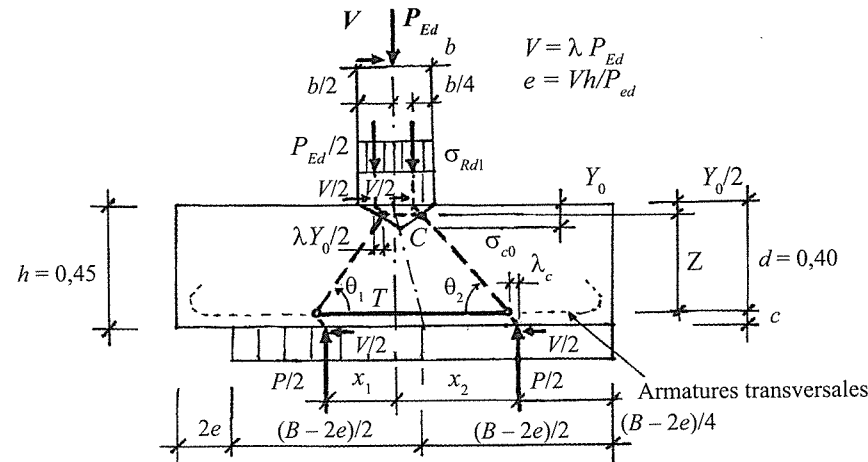


Figure 10. Modèle B-T de la semelle, supposée rigide, sous un mur soumis à un effort normal $P_{Ed} (= P)$ accompagné d'un effort tangent V .

Remarque. L'intervention de l'effort tangent engendre une inclinaison de la résultante des pressions sous la semelle, réduisant ainsi sa capacité portante.

b) Effort de traction dans les armatures

Les abscisses x_1 et x_2 des réactions résultantes $P/2$ par rapport à l'axe de la semelle qui s'en déduisent (Fig. 10) permettent de déterminer l'effort de traction T dans le tirant inférieur :

$$T = \left[\frac{P}{2} \left(x_2 - \frac{b}{4} + \frac{\lambda Y_0}{2} \right) - \frac{V}{2} (Z + c) \right] \frac{1}{Z}$$

$$\text{où } x_2 = \frac{B}{2} - \frac{B - 2\lambda h}{4} = \frac{B + 2\lambda h}{4}$$

Pour $\lambda = 0,2$, $T = 0,319 \text{ MN} < 0,362 \text{ MN}$.

L'effort dans les armatures inférieures est maximal lorsque l'effort tangent est nulle ($\lambda = 0$). En conséquence, il est possible de négliger l'effet de l'effort tangent dans le calcul de la semelle (méthode usuelle).

c) Justification du nœud

L'effort de compression dans la bielle sous le mur $C = T$ est inférieur à celui calculé sans effort tangent ($V = 0$).

Les contraintes σ_{Rd1} et σ_{Rd2} engendrées par les bielles sont données par les relations :

$$\sigma_{Rd1} = \frac{P}{2a_1 \sin \theta_1}$$

$$\sigma_{Rd2} = \frac{P}{2a_2 \sin \theta_2}$$

où $\sigma_{Rd2} > \sigma_{Rd1}$ ($\theta_1 > \theta_2$ et $a_1 > a_2$).

Pour $\lambda = 0,2$, $c = 0,05 \text{ m}$.

$$\tan \theta_2 = Z / \left[(x_2 - \lambda c) - \left(\frac{b}{4} + \frac{\lambda Y_0}{2} \right) \right]$$

$$\tan \theta_2 = 0,9025 ; \theta_2 = 42,07^\circ$$

$$a_2 = Y_0 \cos \theta_2 + \left(\frac{b}{2} - \lambda Y_0 \right) \sin \theta_2$$

$$a_2 = 0,065 \text{ m}$$

$$\sigma_{Rd2} = 8,06 \text{ MPa} > 7,2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{Rd2} \gg \sigma_{Rd, \max} = 15 \text{ MPa}.$$

L'intervention d'un effort tangent engendre une augmentation des contraintes des bielles sur le nœud. Toutefois, leurs faibles intensités devant la contrainte de calcul maximale autorisent leur non justification dans la pratique.

3.2. Semelle sous poteau avec charge centrée

Soit, la semelle carrée de largeurs $2,60 \times 2,60 \text{ m}^2$, de hauteur $h = 70 \text{ cm}$, sous un poteau de $60 \times 60 \text{ cm}^2$, soumis à une charge ultime centrée P_{Ed} [2] (Fig. 11).

• Matériaux :

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} ;$$

$$F_{yk} = 500 \text{ MPa}.$$

• Action :

$$P_{Ed} = 4.514 \text{ MN}.$$

Remarque. La hauteur, $h > 2,60/5 = 0,52 \text{ m}$, ne permet pas d'assimiler cette semelle à une dalle fléchie [clause 5.3.1(4)]. Son élancement $(B - b)/2h > 1$, conduit à semelle *semi-rigide* calculée par interpolation des résultats obtenus par la méthode B-T, ci-après, et la méthode par flexion (voir § 3.2.2 Remarque 2).

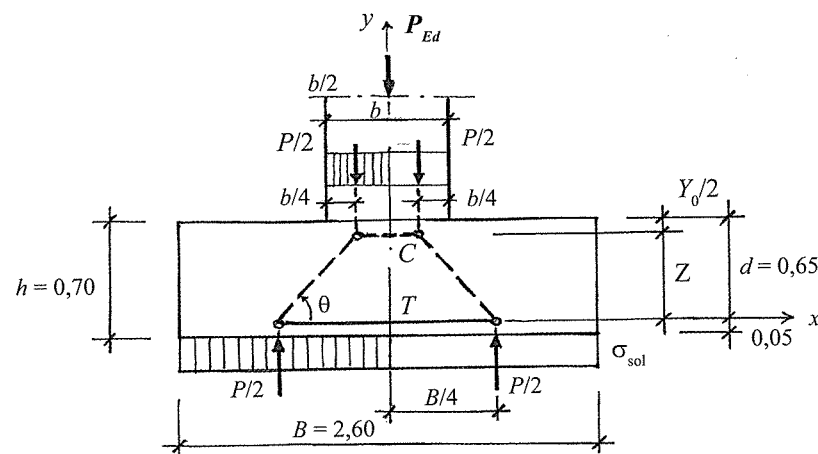


Figure 11. Modélisation B-T de la semelle, supposée rigide, sous poteau avec charge centrée P_{Ed} ($= P$).

3.2.1. Justification du nœud sous poteau

a) *Contrainte de calcul maximale*

Nœud en compression triaxiale :

$$\sigma_{Rd, \max} = k_4 v' f_{cd} = 45 \text{ MPa}$$

où $f_{cd} = 16,7 \text{ MPa}$; $\nu' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} = 0,9$; $k_4 = 3$ (selon l'annexe nationale).

b) Justification des contraintes

En considérant l'équilibre des bielles dans le plan vertical xoy , il vient un effort de compression C_x dans la bielle sous poteau où :

$$C_x = \frac{P_{Ed}}{2} \cdot \frac{B-b}{4} \cdot \frac{1}{d-Y_0/2}, \text{ et la contrainte } \sigma_{c0} = C_x/bY_0.$$

La hauteur minimale du nœud Y_0 est donnée lorsque $\sigma_{c0} = \sigma_{Rd, \max}$

$$\sigma_{Rd, \max} \left(d - \frac{Y_0}{2} \right) b Y_0 = \frac{P_{Ed}}{8} (B - b).$$

Avec $\sigma_{Rd, \max} = 45 \text{ MPa}$, il vient : $13,5Y_0^2 - 17,6Y_0 + 1,1285 = 0$
 $\Rightarrow Y_0 = 6,78 \text{ cm}$.

Soit $Z = 0,616m = 0,948d \cong 0,95d$

$$\text{et } \tan \theta = \frac{4Z}{B-b} = 1,232 \Rightarrow \theta = 50,93^\circ < 55^\circ$$

Remarque 1. L'effort de compression C dans la bielle sous poteau peut être également obtenu en considérant l'équilibre des bielles dans le plan vertical diagonal

suivant leur axe : $C = \frac{P_{EdB} - b}{4} \frac{\sqrt{2}}{Z}$ où $Z = d - \frac{Y_0}{2}$.

La contrainte σ_{c0} dans la bielle vaut : $\sigma_{c0} = C/Y_0 b \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{P_{Ed}(B-b)}{8(d-Y_0/2)bY_0}$.

Remarque 2. Il est possible de prendre forfaitairement $Z \cong 0,95d$.

Contraintes sur le nœud (*idem* Fig. 6) :

$$\sigma_{Rd1} = \frac{P_{Ed}}{b^2} = 12,54 \text{ MPa} \ll \sigma_{rd, \max}$$

$$\sigma_{Rd2} = \frac{P_{Ed}}{4 \sin \theta'} \frac{1}{(a'_{\gamma} a''_{\gamma})/2} = \frac{P_{Ed}}{2 a'_{\gamma} a''_{\gamma} \sin \theta'}$$

$$\sigma_{Rd2} = 24(,6 \text{ MPa}) \ll \sigma_{Rd, \max}$$

où : $a'_2 = Y_0 \cos \theta' + \frac{b\sqrt{2}}{2} \sin \theta' = 0,329 \text{ m}$, avec $\theta' = 41,06^\circ$

$$\text{et } \tan \theta' = \frac{4Z}{\sqrt{2}(B-b)} = 0,871$$

$$a''_2 = \frac{b\sqrt{2}}{2} = 0,42 \text{ m}$$

Remarque 3. Compte tenu de leurs faibles valeurs, les contraintes σ_{Rd1} et σ_{Rd2} ne sont pas à justifier pour les semelles superficielles.

3.2.2. Armatures inférieures

Effort dans le tirant, dans le plan xoy :

$$T_x = C_x = \frac{P_{Ed}}{8Z}(B - b) = 1,832 \text{ MN}$$

$$A_s = \frac{T}{f_{\nu k} / \gamma_s} = 42,13 \text{ cm}^2$$

soient 21 HA16 ($A_{sr} = 42,21 \text{ cm}^2$) armatures placées sur deux lits orthogonaux ($T_z = T_x$), avec $d = d_{eff} = (d_x + d_z)/2$.

Remarque 1. Ce ferrailage obtenu selon le modèle B-T, dans l'hypothèse d'une semelle rigide, est supérieur à celui issu des règles françaises 20HA16 ($A_{s1} = 40,20 \text{ cm}^2$), soit une augmentation de section de 5 %.

Remarque 2. L'élancement de cette semelle $\delta/h = (B-b)/2h = 1,43 > 1$, lui confère une relative flexibilité. Comme pour la semelle précédente, il convient de considérer la semelle *semi-rigide* pour calculer la section d'armatures A_s en combinant par interpolation la section A_{s1} , obtenue par la méthode B-T, et la section A_{s2} , fondée sur la méthode par flexion [7], proportionnellement à la raideur relative des deux modèles.

Soit, pour cette semelle ($\delta/h \approx 3/2$, $\lambda = 1/2 [(\delta/h) - 1] = 1/4$) :

$$A_s = (1 - \lambda) A_{s1} + \lambda A_{s2} = 3/4 A_{s1} + 1/4 A_{s2} = 41,04 \text{ cm}^2 < A_{s1}$$

où $A_{s1} = 42,13 \text{ cm}^2$; $A_{s2} = 37,77 \text{ cm}^2$ avec, *en flexion*, le moment calculé, selon la méthode des moments du CEB, à $0,35 b$ de l'axe du poteau (cf. § 3.3.2, Remarque 2, Fig. 15) :

$$M_{u2} = (P_{Ed}/8B) (B - 0,7b)^2 = 1,031 \text{ mMN}$$

$$\mu_2 = M_{u2} / (A d^2 f_{cd}) = 0,0562 ; f_{cd} = 16,7 \text{ MPa}$$

$$Z = 0,5 [1 + \sqrt{(1 - 2\mu_2)}] d = 0,63 \text{ m}$$

$$A_{s2} = M_{u2} / Z f_{yd} = 37,77 \text{ cm}^2/\text{m} ; f_{yd} = 435 \text{ MPa}$$

L'écart de section est faible (-3%). Il conduit à un résultat analogue à celui donné par les règles françaises.

3.2.3. Justification des bielles

La vérification des contraintes dans les bielles n'est pas requise en raison du confinement du béton dans une semelle massive.

3.2.4. Vérification du poinçonnement

La valeur de calcul de la résistance au poinçonnement d'une semelle sous poteau sans armatures d'effort tranchant, le long du contour de contrôle situé à une distance a du nu du poteau (Fig. 12), est donnée par la relation [clause 6.4.4 (2)] :

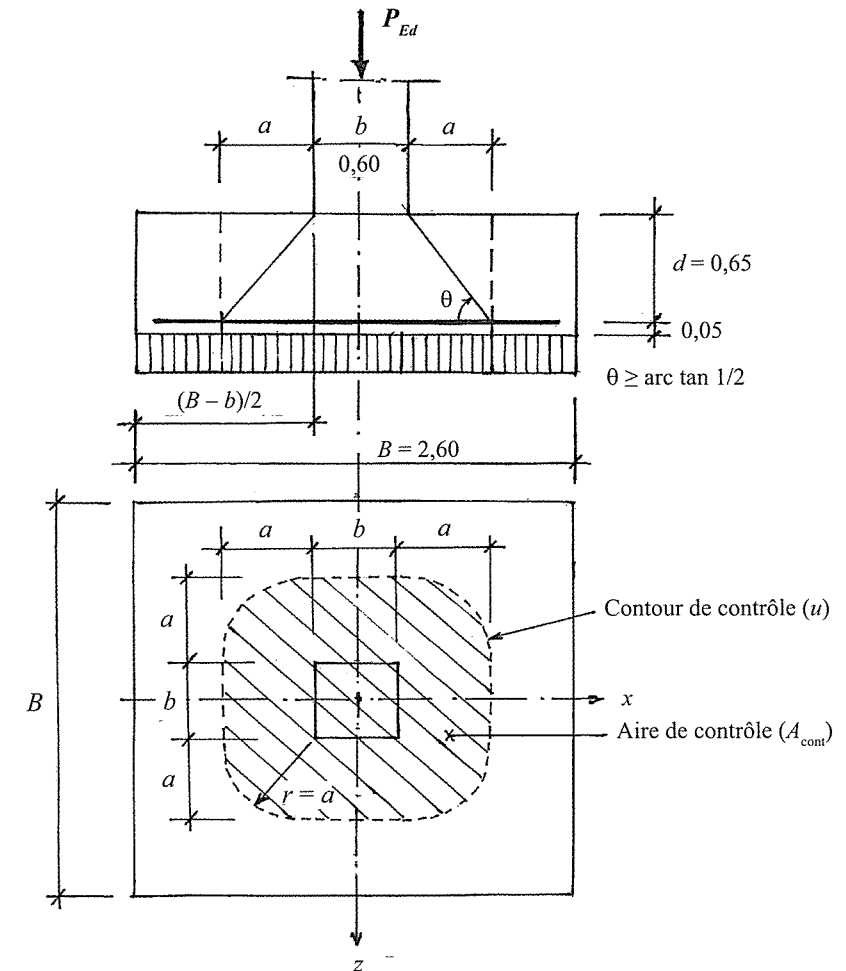


Figure 12. Modèle de calcul avec contour de contrôle pour la vérification du poinçonnement à l'ELU.

$$v_{Rd} = C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck}) \times \frac{2d}{a}$$

$$v_{Rd} \geq V_{\min} \times \frac{2d}{a} \quad \text{où } a \leq 2d \text{ et } a \leq (B-b)/2 = 1 \text{ m}$$

$$C_{Rd,c} = 0,18/\gamma_c = 0,12 \text{ (valeur AN, } \gamma_c = 1,5)$$

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} = 1,555 < 2 \text{ (avec } d = 650 \text{ mm)}$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{lx}\rho_{lz}} \leq 0,02 \quad \rho_{lx} = \frac{A_{sx}}{hB_x} \quad \rho_{lz} = \frac{A_{sz}}{hB_z}$$

$$\rho_l = \frac{A_{sr}}{hB} = \frac{42,21 \cdot 10^{-4}}{0,7 \cdot 2,6} = 2,43 \cdot 10^{-3}$$

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$$

$$v_{Rd} = 0,34 \times \frac{1,3}{a} = \frac{0,442}{a} [\text{MPa}], \text{ avec } a \leq 1 \text{ m (1)}$$

$$v_{Rd} > v_{\min} \times 2d/a = 0,035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} 2d/a$$

$$\text{soit } v_{Rd} > \frac{0,441}{a} [\text{MPa}]$$

Remarque 1. L'annexe nationale adopte les valeurs recommandées de $C_{Rd,c}$ et v_{\min} de l'EC2 ($k_1 = 0,1$).

La contrainte de calcul au poinçonnement de la semelle sous poteau est donnée par la relation :

$$v_{Ed} = V_{Ed, \text{red}} / u d$$

où u = contour de contrôle situé à la distance a , $u = 4b + 2\pi a$.

$V_{Ed, \text{red}} = V_{Ed} - \Delta V_{Ed}$ et $\Delta V_{Ed} = V_{Ed} \cdot \frac{A_{\text{cont}}}{B^2}$, avec A_{cont} = aire à l'intérieur du contour de contrôle (Fig. 12).

$$A_{\text{cont}} = 4ba + \pi a^2 + b^2, \text{ soit } V_{Ed, \text{red}} = V_{Ed} \left(1 - \frac{4ba + \pi a^2 + b^2}{B^2} \right)$$

$$\text{et } v_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{(4b + 2\pi a)d} \left[\frac{B^2 - (4ba + b^2 + \pi a^2)}{B^2} \right] \quad (2)$$

La vérification impose $v_{Ed} \leq v_{Rd}$, avec $V_{Ed} = P_{Ed} = 4,514 \text{ MN}$, $b = 0,60 \text{ m}$, $B = 2,60 \text{ m}$.

$$\text{Il vient avec (1) et (2) : } \frac{4,514}{(2,4 + 6,28a)d} \left[\frac{6,4 - 2,4a - 3,14a^2}{6,76} \right] \leq \frac{0,442}{a}$$

$$\text{d'où } d \geq \frac{a(4,513 - 1,602a - 2,096a^2)}{(1,061 + 2,775a)}$$

La hauteur minimale d_{\min} est obtenue lorsque la dérivée $d_x/d_a = 0$, soit :

$$\frac{(4,788 - 3,4a - 11,13a^2 - 11,66a^3)}{(1,061 + 2,775a)^2} = 0.$$

Il vient $a = a_0 = 0,446 \text{ m} < 1 \text{ m}$ et $d_{\min} = 0,61 \text{ m} < d$ (convient).

Remarque 2. La condition de non-poinçonnement du BAEL est vérifiée avec une hauteur utile $d = 0,65 \text{ m}$ [2].

3.3. Semelle sous poteau avec charge excentrée

Soit la semelle rectangulaire de largeurs $A = 1,30 \text{ m}$, $B = 1,60 \text{ m}$, de hauteur, $h = 45 \text{ cm}$, sous un poteau de $40 \times 40 \text{ cm}^2$ soumis à une charge ultime centrée P_{Ed} et à un moment ultime M_{Ed} (Fig. 5 et 13) [2].

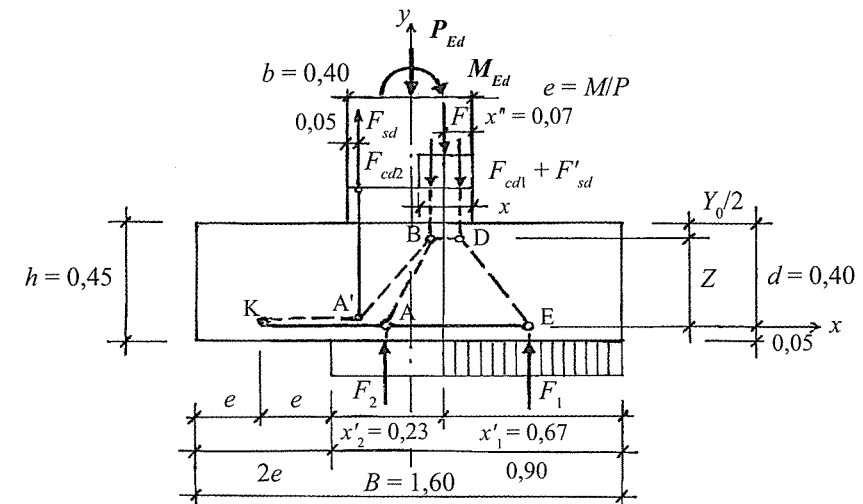


Figure 13. Modélisation B-T, dans le plan de flexion, de la semelle, supposée rigide, sous poteau soumis à une charge excentrée ($e > B/6$).

• Matériaux :

$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$;

$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

• Sollicitations :

$P_{Ed} = 1 \text{ MN}$;

$M_{Ed} = 0,35 \text{ MNm}$.

• Excentricité :

$e = M_{Ed}/P_{Ed} = 0,35 \text{ m} > B/6 = 0,267 \text{ m}$.

- Réaction du sol : contrainte uniforme sur la largeur $B-2e = 0,90$ m.
- Efforts dans le poteau soumis à la flexion composée (Fig. 14).
Section partiellement comprimée avec aciers tendus et aciers comprimés (efforts issus du calcul préalable du poteau) :
 - effort équilibré par le béton comprimé
 $F_{cd} = 1,154$ MN (zone comprimée : $x = 0,173$ m) ;
 - effort équilibré par les aciers comprimés
 $F'_{sd} = 0,632$ MN ;
 - effort équilibré par les aciers tendus
 $F_{sd} = 0,786$ MN.

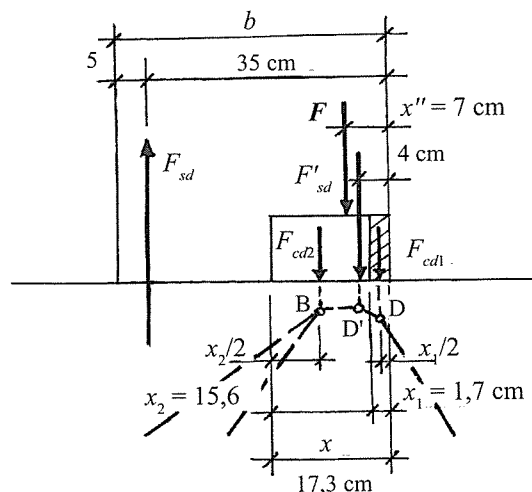


Figure 14. Détail du nœud sous poteau dans le plan de flexion.

Remarque. La hauteur, $h \gg A/5 = 0,26$ m, ne permet pas d'assimiler cette semelle à une dalle fléchie [clause 5.3.1(4)].

3.3.1. Modélisation B-T de la semelle, dans le plan de flexion

Résultante des efforts de compression dans le poteau :

$$F = F_{cd} + F'_{sd} = 1,786 \text{ MN}$$

Position de F par rapport au bord du poteau : $x'' = 7$ cm.

Bras de levier $Z = 0,95 d = 0,38$ m (fixé *a priori*).

Remarque. L'élancement longitudinal de cette semelle, $(B-b)/2h > 1$, conduit à semelle *semi-rigide* calculée par interpolation des résultats obtenus par la méthode B-T, appliquée ci-après, et la méthode par flexion (§ 3.3.2a, Remarque 3).

a) Détermination des réactions résultantes du sol

La résultante des réactions du sol F_1 (Fig. 13) est obtenue en considérant la zone de longueur $x'_1 = 0,67$ m ($x'_2 = B - 2e - x'_1 = 0,23$ m), fixée par la position de l'effort résultant F par rapport au bord de la semelle (cf. § 1.2.1a) :

$$F_1 = P_{Ed} \times \frac{0,67}{0,90} = 0,744 \text{ MN}$$

$$F_2 = P_{Ed} - F_1 = 0,256 \text{ MN}$$

Les nœuds A et E se situent au droit des réactions résultantes du sol F_2 et F_1 .

b) Détermination des efforts de compression sous poteau (Fig. 14)

Les nœuds B et D sous le poteau sont fixés par les positions des efforts de compression dans le béton F_{cd2} et F_{cd1} déterminés à partir des relations (cf. § 1.2.1a) :

$$F_1 = F_{cd1} + F'_{sd} \text{ et } F_2 = F_{cd2} - F_{sd}$$

soient $F_{cd1} = F_1 - F'_{sd} = 0,112$ MN et $F_{cd2} = F_2 + F_{sd} = 1,042$ MN ($= F_{cd} - F_{cd1}$).

Les zones de compression x_1 et x_2 correspondantes s'en déduisent :

$$x_1 = x(F_{cd1}/F_{cd}) = 1,7 \text{ cm}$$

$$x_2 = x(F_{cd2}/F_{cd}) = 15,6 \text{ cm}$$

3.3.2. Armatures dans la semelle (Fig. 13)

a) Armatures dans le plan de flexion

L'effort maximal T_x dans les tirants AE et JG (Fig. 5) est déterminé en considérant le moment M_2 par rapport au nœud B des efforts résultants F_{sd} et F_2 :

$$T_x = M_2/Z = 0,587 \text{ MN}$$

$$\text{où } M_2 = F_{sd} \left[(b - 0,05) - \left(x_1 + \frac{x_2}{2} \right) \right] + F_2 \left[\left(\frac{x'_2}{2} + x'' \right) - \left(x_1 + \frac{x_2}{2} \right) \right]$$

$$M_2 = 0,223 \text{ MNm, et } Z = 0,38 \text{ m.}$$

La section d'armatures dans la zone $(B-2e)$ vaut : $A_{sx} = T_x/f_{yk}/\gamma_s = 13,5 \text{ cm}^2$,

soient 7 HA16 ($A_{sr} = 14,06 \text{ cm}^2$), $S_{tx} = \frac{1,30}{7} = 18,5 \text{ cm}$.

L'effort T' dans les tirants KA et LJ (Fig. 5) vaut :

$$T'_x = F_{sd} \tan \theta_2 = 0,572 \text{ MN}$$

$$\text{avec } \tan \theta_2 = \left[0,35 - \left(x_1 + \frac{x_2}{2} \right) \right] / Z = 0,671$$

$$A'_{sx} = T'_x / f_{yk} / \gamma_s = 12,2 \text{ cm}^2 \Rightarrow 7\text{HA}16, S_{tx} = 18,5 \text{ cm}.$$

Remarque 1. Le même résultat est obtenu en considérant le moment M_1 des efforts résultants F_{cd1} et F_1 par rapport au nœud D' (Fig. 14).

Remarque 2. L'effort T_x dans les tirants est inférieur à celui calculé selon la pratique française, à partir de la méthode des moments du CEB (Fig. 15).

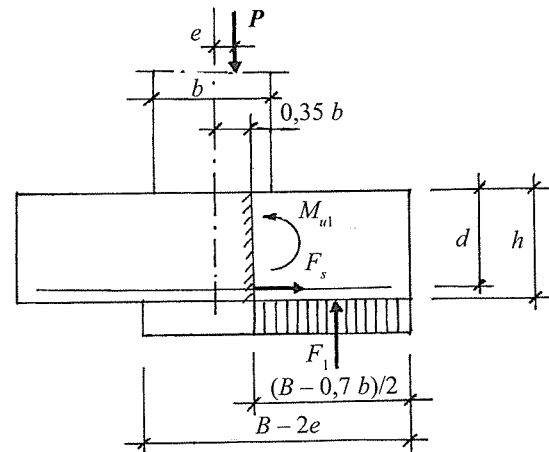


Figure 15. Effort de traction dans les armatures selon la méthode des moments du CEB d'une semelle de largeur A.

Calcul en flexion de la section ($A \times h$), fixée *a priori* à $0,35b$ de l'axe du poteau, sous le moment M_{u1} des réactions du sol :

$$M_{u1} = F_1 (B - 0,7b)/4$$

$$\text{où } F_1 = P \left(\frac{(B - 0,7b)/2}{B - 2e} \right)$$

$$M_{u1} = \frac{P(B - 0,7b)^2}{8(B - 2e)} = 0,242 \text{ mMN}$$

$$\mu = \frac{M_{u1}}{Ad^2 f_{bc}} = 0,0697 \text{ avec } f_{bc} = 16,7 \text{ MPa}$$

$$\alpha = 0,0904, F_s = 0,8\alpha Ad f_{bc} = 0,628 \text{ MN} > T_x$$

$$F_s = 1,07 T_x \text{ et } A_s = A_{s2} = F_s / f_{yd} = 14,44 \text{ cm}^2.$$

Soit une augmentation de l'ordre de 7 % des armatures calculées par rapport au résultat donné par la méthode B-T, dans l'hypothèse d'une semelle rigide.

Remarque 3. L'élancement longitudinal de cette semelle, $\delta/h = (B - b)/2h = 1,33 > 1$, lui confère une légère flexibilité. Il convient, comme la semelle précédente, de consi-

dérer la semelle *semi-rigide* pour calculer la section d'armatures A_s en combinant par interpolation la section A_{s1} obtenue par la méthode B-T et la section A_{s2} obtenue en se fondant sur la méthode par flexion, proportionnellement à la raideur relative des deux modèles.

$$\text{Soit } \delta/h = 1,33 \rightarrow \lambda = 0,165, \text{ d'où } A_s = 0,835 A_{s1} + 0,165 A_{s2}$$

$$\text{avec } A_{s1} = 13,5 \text{ cm}^2 \text{ et } A_{s2} = 14,44 \text{ cm}^2 \text{ (cf. Remarque 2)}$$

$$A_s = 13,65 \text{ cm}^2 < A_{s2}.$$

Soit une économie de plus de 5 % pour les armatures calculées selon cette nouvelle méthode par rapport celles obtenues selon la pratique française.

Remarque 4. L'hypothèse d'un comportement élastique du sol se traduit par une distribution triangulaire des contraintes de réaction sous la semelle. Ce comportement est à considérer à l'ELS dans la modélisation (Fig. 16) pour justifier l'ouverture des fissures.

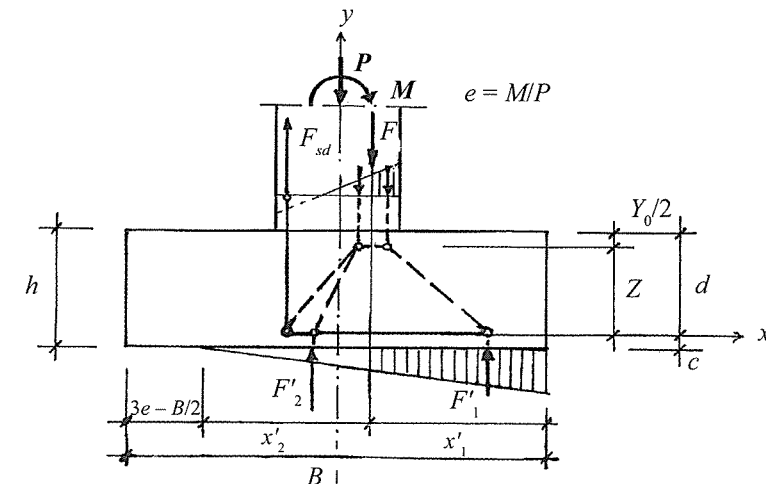


Figure 16. Modélisation B-T de la semelle, supposée rigide, sous poteau soumis à une charge excentrée ($e > B/6$) dans l'hypothèse d'un comportement élastique du sol à l'ELS.

b) Armatures dans le plan transversal

L'effort maximal dans les tirants transversaux EG et AJ est donné, sous une charge centrée, par la relation (Fig. 5) :

$$T_z = \frac{(F_1 + F_2)(A - a)}{8Z} = 0,296 \text{ MN}$$

$$\text{où } F_1 + F_2 = P_{Ed} \text{ et } a = b = 0,40 \text{ m}.$$

La section d'armatures transversales :

$A_{stz} = T_z / f_{yk} / \gamma_s = 6,8 \text{ cm}^2$ et $A_{stz} / \text{m} = \frac{A_{st}}{B - 2e} = 7,56 \text{ cm}^2 / \text{m}$
 soient 7 HA12/m ($A_{stz} / \text{m} = 7,91 \text{ cm}^2 / \text{m}$) ; $S_{tz} = 14 \text{ cm}$; sur la zone $B - 2e = 90 \text{ cm}$.

L'effort dans le tirant transversal KL vaut :

$$T'_z = (F_{KA} / 2) \cot \theta_3 = 0,198 \text{ MN}$$

où $F_{KA} = T'_x = 0,527 \text{ MN}$.

$$\tan \theta_3 = \left(\frac{B - b}{2} - e + 0,05 \right) / \left(\frac{A - a}{4} \right) = 1,33$$

$$\Rightarrow A'_{stz} = T'_z / f_{yk} / \gamma_s = 4,55 \text{ cm}^2 \text{ et } A'_{stz} / \text{m} = A_{st} / 2e = 6,50 \text{ cm}^2 / \text{m}$$

soient 6 HA12/m ($6,78 \text{ cm}^2 / \text{m}$) ; $S'_{tz} = 16,6 \text{ cm}$; sur la zone $2e = 0,70 \text{ m}$.

Remarque. L'éclatement transversal de cette semelle $\delta/h = (B - b)/2h = 1$ (semelle rigide) permet de calculer la section d'armatures transversales par la méthode B-T (sans interpolation).

3.3.3. Justification du nœud sous poteau

Les bielles de béton comprimé sous poteau sont soumises à une contrainte :

$$\text{sens } x = \sigma_{cox} = \frac{C_x}{by_0} = 36,7 \text{ MPa}$$

avec $y_0 = 2(d - z) = 4 \text{ cm}$; $C_x = T_x = 0,587 \text{ MN}$.

$$\text{sens } z = \sigma_{coz} = \frac{C_z}{xy_0} = 42,8 \text{ MPa}$$

avec $x = 17,3 \text{ cm}$; $C_z = T_z = 0,296 \text{ MN}$.

La justification du nœud est assurée :

$$\sigma_{cox} \text{ et } \sigma_{coz} < \sigma_{Rd, \max}$$

où $\sigma_{Rd, \max} = 45 \text{ MPa}$ (voir § 3.2.1a).

3.3.4. Vérification du poinçonnement (Fig. 17)

La contrainte de calcul au poinçonnement de la semelle sous le poteau soumis à une charge excentrée est donnée par la relation [clause 6.4.4 (2)] :

$$v_{Ed} = \frac{V_{ed, \text{red}}}{u^* d} \left[1 + k \frac{M_{Ed} u^*}{V_{Ed, \text{red}} W} \right]$$

$$v_{Ed} = \frac{V_{ed, \text{red}}}{u^* d} + k \frac{M_{Ed}}{dW} \quad (1)$$

où $k = 0,6$ avec $c_1/c_2 = 1$ [EC2, tableau 6.1] ;

$$W = \frac{W_1}{2} = \left(\frac{c_1^2}{2} + c_1 c_2 + 2ac_2 + 4a + \pi c_1 a \right) \frac{1}{2} ; u^* = \frac{u}{2} = 2b + \pi a$$

avec $a \leq \min \left[2d, \frac{B - b}{2} \right] = 0,60 \text{ m}$.

Remarque. La semelle partiellement comprimée est assimilable à une dalle chargée au voisinage d'un bord fictif parallèle à l'axe oz situé à la distance de 10 cm (Fig. 17).

Par simplification ($B - 2e \neq B/2$), le contour u^* est considéré d'un seul côté de l'axe oz du moment M_{Ed} , $u^* = u/2$, de même pour la valeur de $W = W_1/2$.

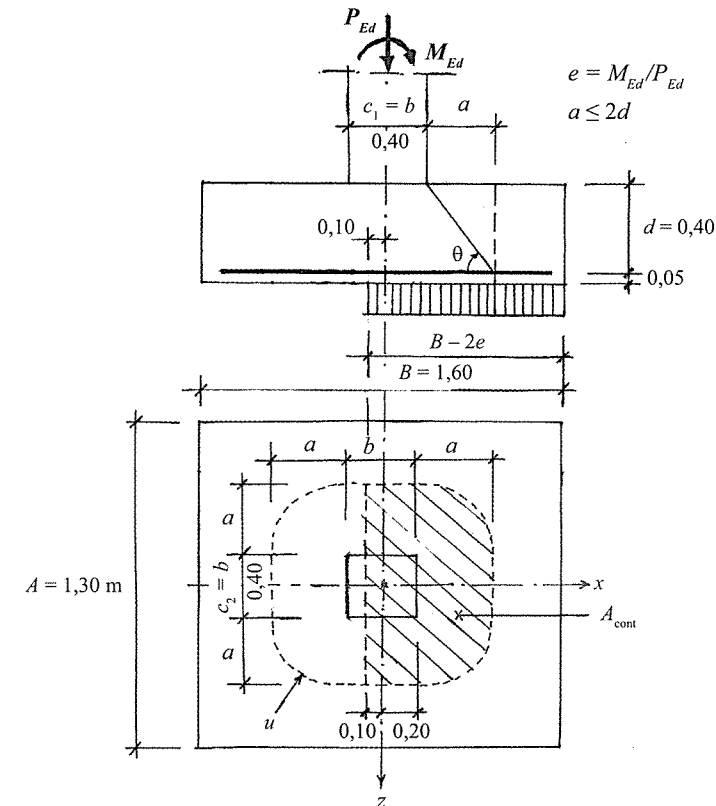


Figure 17. Modèle de calcul avec contour de contrôle pour la vérification du poinçonnement (ELU).

$$V_{Ed, red} = V_{Ed} - \Delta V_{Ed}$$

où ΔV_{Ed} = force de réaction du sol sans le poids propre de la semelle à l'intérieur du contour d'aire A_{cont} (Fig. 17).

$$\Delta V_{Ed} = V_{Ed} A_{cont} / [A(B - 2e)]$$

$$\text{avec } A_{cont} = \left[\left(B - 2e - \frac{B}{2} \right) + \frac{b}{2} \right] (2a + b) + ba + \frac{\pi a^2}{2}$$

$$A_{cont} = a \left(B + 2b - 4e + \frac{\pi a}{2} \right) + \frac{b}{2} (B + b - 4e)$$

$$V_{Ed, red} = V_{Ed} \left[1 - \frac{A_{cont}}{A(B - 2e)} \right] = \lambda V_{Ed}$$

$$\text{où } \lambda = \frac{A(B - 2e) - A_{cont}}{A(B - 2e)}$$

$v_{Ed} \leq v_{Rdb}$ où $v_{Rdb} = 0,442/a$ (voir § 3.2.4) (2),

avec $V_{Ed} = 1 \text{ MN}$; $W = 0,12 + 3,03a$; $B = 1,60 \text{ m}$; $b = 0,40 \text{ m}$; $A = 1,30 \text{ m}$;

$\lambda = (-1,57a^2 - a + 1,05)/1,17$; $M_{Ed} = 0,35 \text{ MN}$, soit avec (1) et (2) :

$$\frac{-1,57a^2 - a + 1,05}{1,17(0,8 + 3,14a)d} + \frac{0,6 \cdot 0,35}{d(0,12 + 3,03a)} \leq \frac{0,442}{a}$$

$$d \geq \frac{a}{0,442} \left(\frac{-1,57a^2 - a + 1,05}{0,936 + 3,67a} + \frac{0,21}{0,12 + 3,03a} \right)$$

La hauteur minimale d_{min} est obtenue, après dérivation, pour $a_0 = 0,35 \text{ m} < 0,60 \text{ m}$ et $d_{min} = 0,35 \text{ m}$.

La hauteur utile d , supérieure à d_{min} , convient.

CONCLUSION

La méthode des bielles et tirants appliquée aux semelles superficielles rigides ne diffère de la pratique française que par la prise en compte d'un nœud de connexion des bielles placé sous l'élément porteur. Cet organe fait intervenir une *biellette comprimée* équilibrant la composante horizontale de la poussée des bielles inclinées (négligée dans la théorie de Lebel). La généralisation de cette modélisation dans le cas des charges excentrées autorise une détermination moins empirique des efforts internes.

Dans le cas d'une charge centrée transmise par un mur ou un poteau, la méthode des bielles et tirants, selon l'EC2, est pleinement applicable aux *semelles rigides*

$[(B - b)/2 \leq h]$. Elle conduit à l'ELU à des *sections d'acier supérieures* à celles données par les règles françaises (de l'ordre de 5 %).

Pour les *semelles semi-rigides* $[(B - b)/4 \leq d]$, courantes en France, une méthode de calcul « adéquate » est proposée combinant par interpolation les résultats obtenus par la méthode B-T et ceux fondés sur la méthode par flexion, proportionnellement à la raideur relative des deux modèles. Elle conduit à des *résultats analogues* à ceux obtenus selon la pratique française.

Les vérifications de l'ancrage des armatures et du poinçonnement de la semelle selon l'EC2, bien que menées différemment des règles françaises, donnent sensiblement les mêmes résultats.

En revanche, dans le cas d'une charge excentrée transmise par un poteau, la méthode des bielles et tirants, pour les *semelles rigides* $[(B - b)/2 \leq h]$ conduit à une *réduction des armatures* dans le plan de flexion (de l'ordre de 7 % dans le cas étudié) par rapport celles calculées par la méthode des moments utilisée en France. De plus, en offrant une meilleure analyse des efforts internes, cette méthode permet également de mieux disposer les armatures dans une semelle sous poteau soumis à une flexion composée avec des aciers tendus.

Pour les *semelles semi-rigides* $[(B - b)/4 \leq d]$, la méthode de calcul « adéquate » proposée conduit à une *économie des armatures* dans le plan de flexion (de plus de 5% dans le cas étudié) par rapport celles obtenues selon la pratique française.

La justification plus fastidieuse de ces structures usuelles, selon l'Eurocode 2, pourra être facilitée par la création de logiciels de calcul fondés sur la modélisation générale « adéquate » proposée.

Bibliographie

- [1] ALBIGES, MINGASSON – *Théorie et pratique du béton armé aux états limites*, Eyrolles, 1981.
- [2] PERCHAT J., ROUX J. – *Maîtrise du BAEL 91 et DTU associés*, Eyrolles, 1994.
- [3] LEBELLE P. – « Semelles de béton armé ». *Mémoires de l'Association internationale des ponts et charpentes*, vol. 4, 1934.
- [4] SCHLAICH J., SCHÄFER K. – "Design and detailing of structural concrete using strut and tie models". *The structural Engineer*, vol. 69, n° 6, 19 March 1991.
- [5] ADEBAR P., ZHOU Z. – "Bearing Strength of compressive Struts Confined by Plain Concrete". *ACI Structural Journal*, vol. 90, 1993, p. 534-541.
- [6] DTU 13.12 – *Règles pour le calcul des fondations superficielles*, Annexe 2 : Méthode des bielles, 1988.
- [7] THONIER H. – « Semelles de fondations, méthodes de calcul des aciers inférieurs selon l'Eurocode 2 ». *Annales du bâtiment et des travaux publics*, juin 2006.