

bielles courantes présentent, en phase ultime, une inclinaison  $\theta \leq 45^\circ$  en raison du phénomène d'engrènement des granulats le long des fissures obliques, initialement à  $45^\circ$ . L'expérience montre que l'angle  $\theta$  est tel que  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$  [EC2, clause 6.2.3 (2)]. Leur inclinaison est sensiblement constante, dans la région de continuité, entre les efforts concentrés. Les armatures transversales droites sont représentées par des tirants secondaires verticaux (Fig. 2).

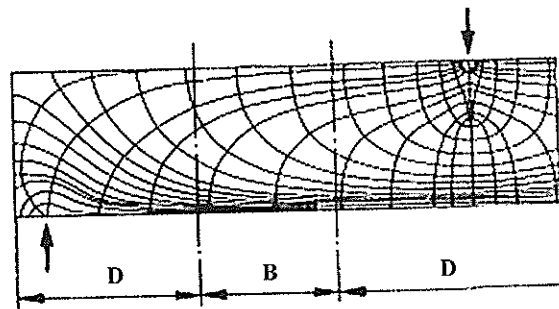


Figure 1. Poutre sous charge concentrée : tracé des isostatiques (élasticité linéaire) [2] : régions de discontinuité (D) et région de continuité (B).

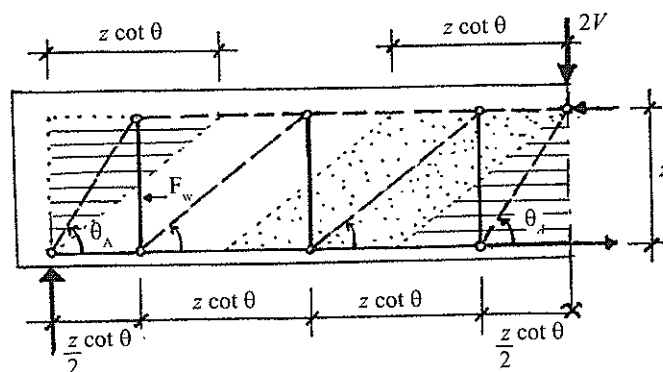


Figure 2. Modèle B-T (simplifié) de l'âme d'une poutre en béton armé sous charge concentrée, avec armatures transversales droites ( $\alpha = 90^\circ$ ) [ $\theta_A$  (discontinuité)  $>$   $\theta$  (continuité)] avec tirants (traits continus), bielles (traits discontinus), nœuds de connexion (intersection).

### 1.1.1. Régions de discontinuité

Le modèle B-T de base précédent connaît des adaptations pour prendre en compte la participation de la membrure comprimée à l'about d'une poutre et la présence d'une charge voisine d'un appui.

#### a) Participation d'une membrure comprimée à l'about

La trajectoire des contraintes principales dans la région de discontinuité voisine de l'appui (Fig. 1) autorise une incurvation de la membrure comprimée du modèle B-T à l'about d'une poutre (Fig. 3). Ainsi, une part de l'effort tranchant  $V_{w0}$  peut être équilibrée par la membrure comprimée à l'about  $V'_c$ .

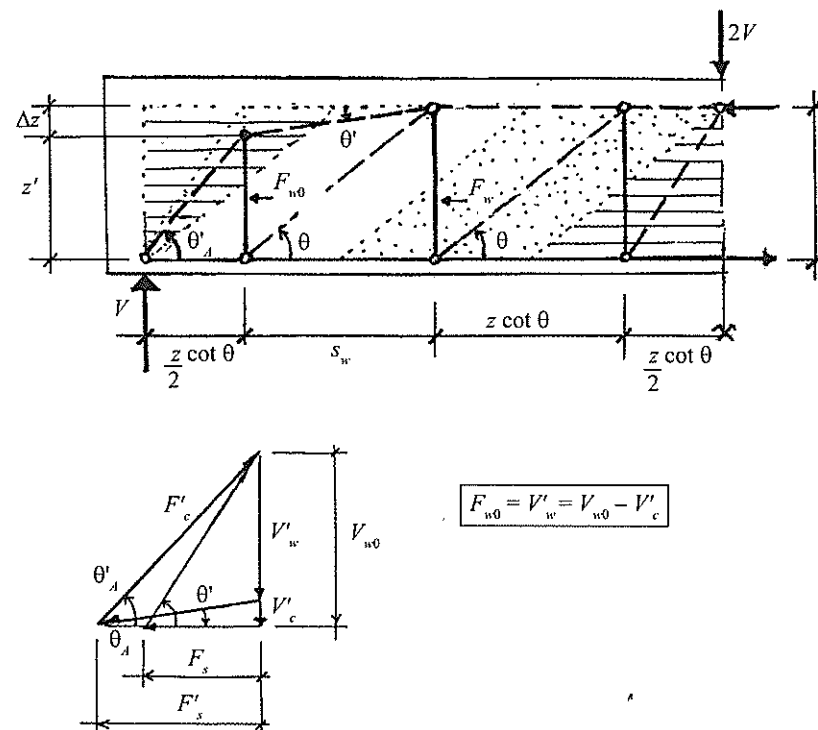


Figure 3. Contribution de la membrure comprimée à l'about d'une poutre (membrure non traversée par une surface de reprise).

La contribution de la membrure comprimée a pour effet de réduire l'effort  $F_{w0}$  équilibré par les armatures à l'appui :

$$F_{w0} = V_{w0} - V'_c$$

où  $V'_c = V_{w0} \Delta z / [2(z - \Delta z)]$ , avec :  $V_{w0} = V$  (sur  $z \cot \theta$ ).

Avec les conditions géométriques (Fig. 3) :

$$V'_c / F'_s = \Delta z / (z \cot \theta), \quad z' = z - \Delta z \quad \text{et} \quad F'_s / V_{w0} = (z \cot \theta) / 2z'$$

De plus,  $\tan \theta'_A = \tan \theta_A (1 - \Delta z / z)$ .

**Remarque.** Cet effet bénéfique pour le dimensionnement des armatures transversales dépend du rapport  $\Delta z / z$  adopté.

Il vient (avec  $V = V_{w0}$ ) :  $V'_c/V = (\Delta z/z)/[2(1 - \Delta z/z)]$ .

Soit  $V'_c/V = 1/8$  pour  $\Delta z/z = 1/5$ , avec  $\tan \theta'_A = (4/5) \tan \theta_A$

et  $V'_c/V = 1/4$  pour  $\Delta z/z = 1/3$ , avec  $\tan \theta'_A = (2/3) \tan \theta_A$ .

En contrepartie, la plus faible inclinaison de la bielle  $\theta'_A < \theta_A$ , engendre une augmentation des efforts dans la bielle de transmission  $F'_c$  et dans les armatures longitudinales  $F'_s$  à l'appui. La contrainte dans le nœud d'appui est amplifiée du fait de la réduction corrélative de la largeur de la bielle.

b) Charge voisine d'un appui (cf. « Méthode B-T », chap. 1, § 1.1.3 a)

Pour une charge située à une distance  $a$  ( $a < 2z$ ) de la réaction au nœud d'un appui (de rive ou intermédiaire), deux modèles B-T combinés sont à considérer (Fig. 4), selon l'éclatement de cisaillement  $a/z$ , pour déterminer l'effort  $F_w$  équilibré par les armatures transversales :

$$F_w = \beta F$$

avec  $\beta = [(2a/z) - 1]/3$ , si  $z/2 < a < 2z$

et  $\beta = 0$ , si  $0 < a < z/2$ .

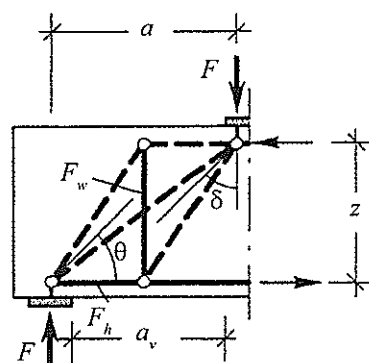


Figure 4. Modèles B-T simples combinés pour une charge au voisinage d'un appui, selon l'éclatement de cisaillement  $a/z$  [4].

**Remarque 1.** L'Eurocode 2 [clause 6.2.3(8)] introduit une disposition analogue où l'effort tranchant  $V_{Ed}$  est minoré par un coefficient  $\beta$ , lorsque la charge est située à une distance  $a_v$  (cf. fig. 4), avec  $\beta = a_v/2d$ , si  $0,5d < a_v < 2d$  et  $\beta = 0,25$ , si  $a_v < 0,5d$ .

**Remarque 2.** De même, cette modélisation justifie la réduction de l'effort tranchant de calcul des règles BAEL pour une charge est située à une distance du nu de l'appui inférieure à 1,5 fois la hauteur de la poutre.

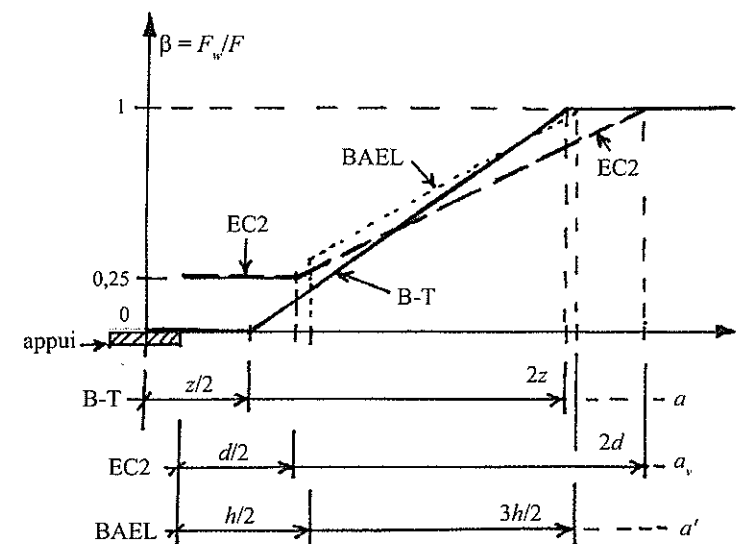


Figure 5. Coefficient de réduction de l'effort tranchant équilibré par les armatures transversales pour une charge située à la distance  $x$  de l'appui, selon les différentes méthodes et dispositions réglementaires : modèles bielles et tirants (B-T), clause 6.2.3(8) (EC2), règles françaises (BAEL).

Les valeurs du coefficient de réduction de l'effort tranchant des différents codes s'avèrent voisines (Fig. 5), avec un coefficient non nul au voisinage de l'appui pour la clause 6.2.3(8) de l'EC2.

**Remarque 3.** Pour une charge concentrée près d'un appui ( $a \leq z/2$ ), il convient de prendre en compte des *tirants complémentaires* pour équilibrer les efforts de traction  $T_3$  engendrés par le fendage de la bielle de transmission de la charge  $F$  à l'appui (Fig. 6a et b). Lorsque la charge est au droit d'un appui de rive, la bielle comprimée ne peut se développer de manière symétrique (Fig. 6c), des bielles inclinées complémentaires se substituent alors aux tirants secondaires précédents pour équilibrer les bielles de transmission de la charge à l'appui. Cette modélisation B-T est voisine de celle d'une poutre-voile soumise à une charge concentrée sur un bord (cf. chap. 5, § 1.2.1., Fig. 10).

**N.B.** Lorsque la charge est au voisinage de l'appui ( $z/2 < a < 2z$ ) des armatures horizontales et verticales, en complément des armatures d'âme, peuvent être nécessaires pour contrôler le fendage de la bielle d'appui transmettant la charge  $(1 - \beta)F$ . L'inclinaison  $\theta$  de la bielle résultante sur appui (Fig. 4) dépend des efforts tranchants  $\beta F$  et  $(1 - \beta)F$  transmis par les bielles inclinées à l'appui.

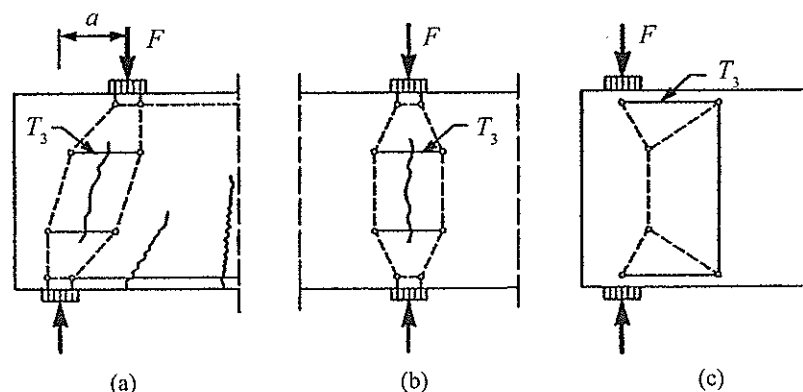


Figure 6. Tirants complémentaires pour une charge concentrée près de l'appui [2]  
a) about  $a \leq z/2$  ; b) appui intermédiaire  $a = 0$  ; c) about  $a = 0$ .

### 1.1.2. Régions de continuité

Le modèle B-T permet de déterminer la distribution des efforts dans les bielles et les tirants (Fig. 7).

La sollicitation des bielles courantes  $\sigma_c$  augmente avec de faibles valeurs de l'angle d'inclinaison  $\theta$  :  $\sigma_c = V/(b_w z \cos \theta \sin \theta)$ .

**Remarque 1.** Afin de limiter cette sollicitation, il est possible d'adopter, si nécessaire, une inclinaison en relation avec l'intensité de l'effort tranchant à équilibrer. L'effort tranchant étant constant entre les efforts concentrés, il convient de modéliser des bielles d'inclinaison constante dans les intervalles entre ces efforts (Fig. 7c). La valeur de l'inclinaison peut varier avec l'effort tranchant d'un intervalle à l'autre (l'angle augmentant avec l'effort tranchant).

Les armatures d'âme droites équilibrant l'effort tranchant constant  $V_{Ed}$  transmis par le tirant transversal du treillis simple (Fig. 7a, gauche), forment les montants de treillis multiples d'espacement  $s_w$  (Fig. 7a, droite). Le décalage  $a_1$  du diagramme des efforts dans les armatures longitudinales  $F_s$  (Fig. 7b) vers les appuis (section de moment nul) vaut :

$$a_1 = (z \cot \theta)/2 + s_w/2$$

soit, la valeur limite  $a_1 = (z \cot \theta)/2$ , lorsque l'espacement  $s_w$  tend vers zéro.

Pour l'arrêt des armatures longitudinales tendues, l'Eurocode 2 considère un décalage  $a_1 = (z \cot \theta)/2$  [clause 9.2.1.3(2)], sans tenir compte du décalage supplémentaire  $s_w/2$ , dû à la distribution discrète des armatures transversales d'âme d'une poutre en béton armé (cf. § 2.2.1b)  $a_{l,max} = (z \cot \theta)/2 + s_w/2$ .

Toutefois, la clause 9.2.1.3(3) permet, par sécurité, d'ajouter une longueur d'ancrage  $l_{bd}$  au-delà du décalage  $a_1 = (z \cot \theta)/2$ . Cette alternative, peu économique, est conforme à la pratique allemande.

**Remarque 2.** Notons que les règles BAEL prennent en compte implicitement le décalage supplémentaire  $s_w/2$ , en considérant  $s_{w,max} = z$ , et  $\cot \theta = 1$ , il vient :

$$a_{l,max} = (z \cot \theta)/2 + s_w/2 = z/2 + z/2 = z \approx 0,8 h.$$

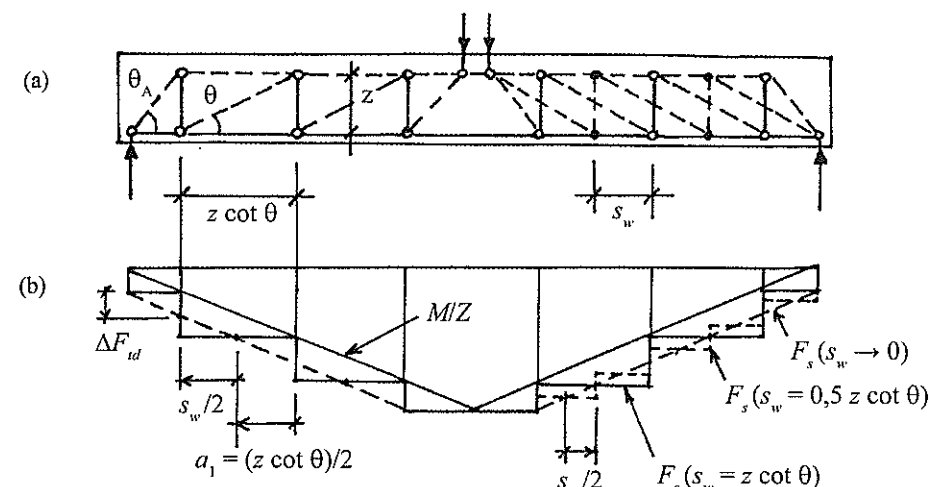


Figure 7. Modèles B-T (sections courantes) avec la distribution des efforts dans les tirants longitudinaux (armatures inférieures) en fonction de l'espacement,  $s_w$ , des treillis : a) treillis élémentaire (à gauche), et treillis multiples (à droite) ; b) diagrammes des efforts de traction,  $F_s$ , avec  $s_w = z \cot \theta$ ,  $s_w = 0,5 z \cot \theta$ ,  $s_w \rightarrow 0$  (à droite), et décalage vers les appuis (moment nul) :  $a_1 = (z \cot \theta)/2 + s_w/2$ . L'accroissement de  $F_s$  ( $s_w \rightarrow 0$ ) :  $\Delta F_s = \Delta F_{td}$ .

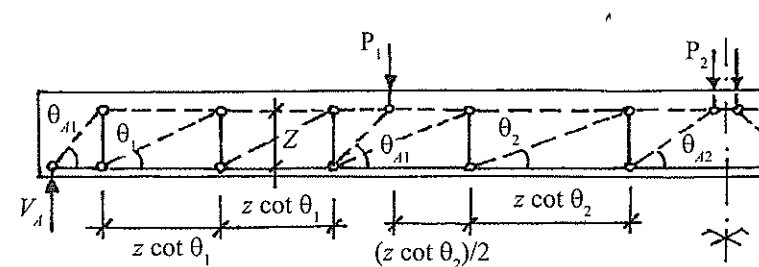


Figure 7c. Modèles B-T poutre soumise à plusieurs charges concentrées : bielle d'inclinaison constante dans les intervalles entre les efforts concentrés, valeur de l'inclinaison variable d'un intervalle à l'autre ( $\theta_1 \geq \theta_2$ ).

**N.B.** L'Eurocode 2 introduit également un effort de traction supplémentaire  $\Delta F_{td}$  (Fig. 7b, gauche) dans les armatures longitudinales ( $\Delta F_{td} = \Delta F_s$ ), dû à l'effort tranchant  $V_{Ed}$  :  $\Delta F_{td} = 0,5 V_{Ed} \cot \theta$  [clause 6.2.3 (7)]. Cela revient à considérer un dé-

calage du diagramme des efforts  $F_s$  :  $a_1 = (z \cot \theta)/2$  qui suppose une densité continue des armatures transversales ( $s_w \rightarrow 0$ ). En fait, l'accroissement d'effort maximal vaut  $\Delta F_{ld, \max} = 0,5 V_{Ed} (\cot \theta + s_w/z)$ .

## 1.2. Poutre chargée uniformément

Les trajectoires des contraintes principales dans le domaine élastique (Fig. 8) ne font apparaître qu'une région de continuité (B) et des régions de discontinuité (D) au voisinage des appuis.

L'application de la méthode des bielles et tirants à l'âme d'une poutre en béton armé (armatures transversales :  $\alpha = 90^\circ$ ) conduit à un modèle de treillis simple adapté à la région considérée (Fig. 9)

**Remarque.** Afin de limiter la sollicitation dans les bielles courantes, il est possible d'adopter une inclinaison variable ( $1 \leq \cot \theta_i \leq 2,5$ ) en relation avec l'intensité de l'effort tranchant à équilibrer le long de la poutre. Ainsi, il est possible de modéliser, si nécessaire, des bielles d'inclinaison progressivement variable, dont l'angle  $\theta_i$  diminue avec l'effort tranchant depuis l'appui vers la section centrale (Fig. 9b), avec :  $\cot \theta_A = l_1/2z$  et  $P_1 = l_1 \cdot p$  où  $p$  = charge unitaire  
 $1 \leq \cot \theta_i = (l_i + l_{i+1})/2z \leq 2,5$  où  $i \geq 1$ ,  $l_i \leq l_{i+1}$  et  $P_i = l_i \cdot p$ .

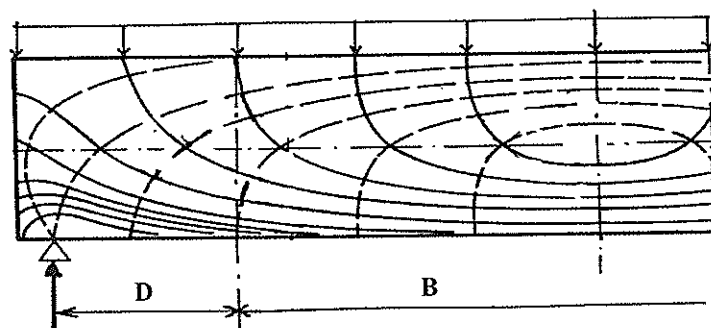


Figure 8. Poutre sous charge uniforme : tracé des isostatiques (élasticité linéaire) [2] : région de discontinuité (D) et région de continuité (B).

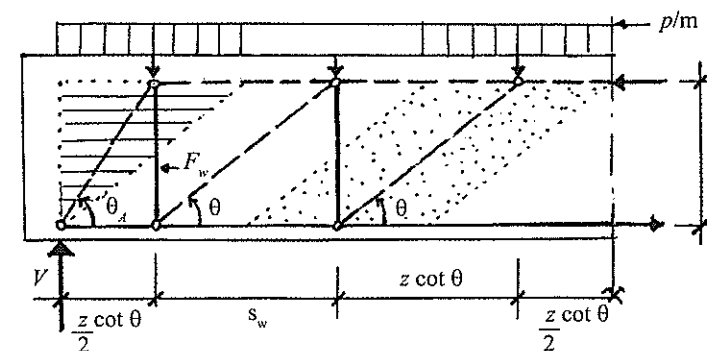


Figure 9a. Poutre sous charge uniforme : modèle B-T (simplifié près de l'appui) [ $\theta_A$  (discontinuité)  $>$   $\theta$  (continuité)].

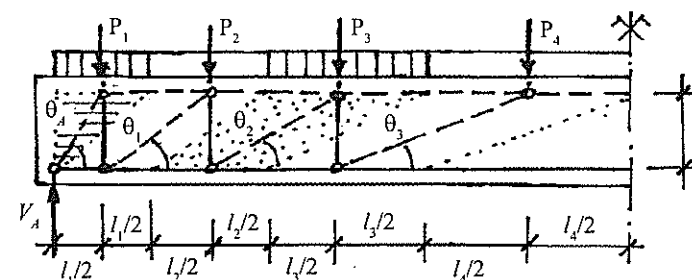


Figure 9b. Poutre sous charge uniforme  $p/m$  : modèle B-T (simplifié près de l'appui) avec une inclinaison  $\theta_i$  des bielles variables le long de la poutre.

### 1.2.1. Région de continuité

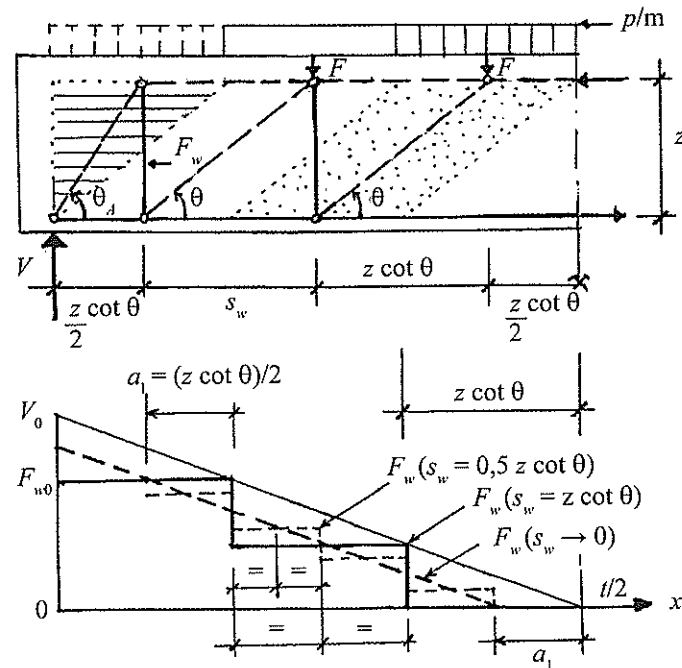
Dans cette étude, les charges voisines de l'appui correspondant à la longueur élémentaire  $l = z \cot \theta$  ne sont pas prises en compte ( $F = 0$ ).

La distribution de l'effort tranchant équilibré par les armatures d'âme est analysée à l'aide des modèles B-T, dans les sections courantes, en considérant successivement : l'influence de l'espacement des tirants transversaux, puis l'arrêt des armatures longitudinales tendues.

#### a) Influence de l'espacement des tirants transversaux (Fig. 10)

Le modèle B-T du treillis simple permet de déterminer la distribution des efforts dans les tirants transversaux (Fig. 10). Les armatures d'âme droites équilibrent les efforts des tirants transversaux  $F_w$  correspondant à la longueur  $l = z \cot \theta$ . Les résultantes des charges élémentaires  $F = pz \cot \theta$  sont ainsi transmises progressivement jusqu'à l'appui. L'effort tranchant  $V_{Ed}$  équilibré par le tirant transversal du

treillis simple varie comme la plus petite valeur de  $V_{Ed}$  sur la longueur élémentaire  $l = z \cot \theta$ , pour les sections courantes. Ce résultat est conforme à la clause 6.2.3 (5) de l'Eurocode 2.



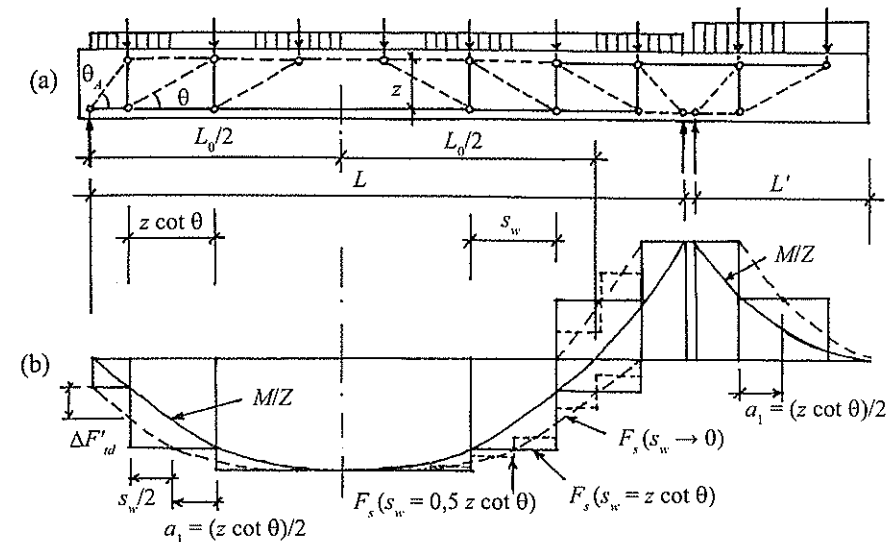
**Figure 10.** Modèle B-T sections courantes (sans charges près de l'appui) et distribution de l'effort tranchant équilibré par les armatures d'âme : influence de l'espacement des tirants transversaux (treillis multiples).

Des tirants transversaux d'espacement inférieur à  $z \cot \theta$  peuvent être modélisés comme des montants de treillis multiples d'espacement  $s_w$  (cf. Fig. 15). La distribution de l'effort tranchant équilibré par les armatures d'âme ainsi engendrée fait apparaître un décalage moyen vers les appuis,  $a_1 = (z \cot \theta)/2$ , lorsque l'espacement  $s_w$  tend vers zéro.

#### b) Arrêt des armatures longitudinales tendues (Fig. 11)

Le modèle B-T permet, de la même manière que pour une poutre chargée ponctuellement (cf. § 2.1.2), de déterminer la distribution des efforts dans les tirants longitudinaux (Fig. 11a). Dans le cas des armatures d'âme droites, la présence de treillis multiples d'espacement  $s_w$  (Fig. 11b, à droite) fait apparaître un décalage  $a_1$  du diagramme des efforts dans les armatures longitudinales  $F_s = M_{Ed}/z$ , vers les appuis (section de moment nul) :  $a_1 = (z \cot \theta)/2 + s_w/2$ .

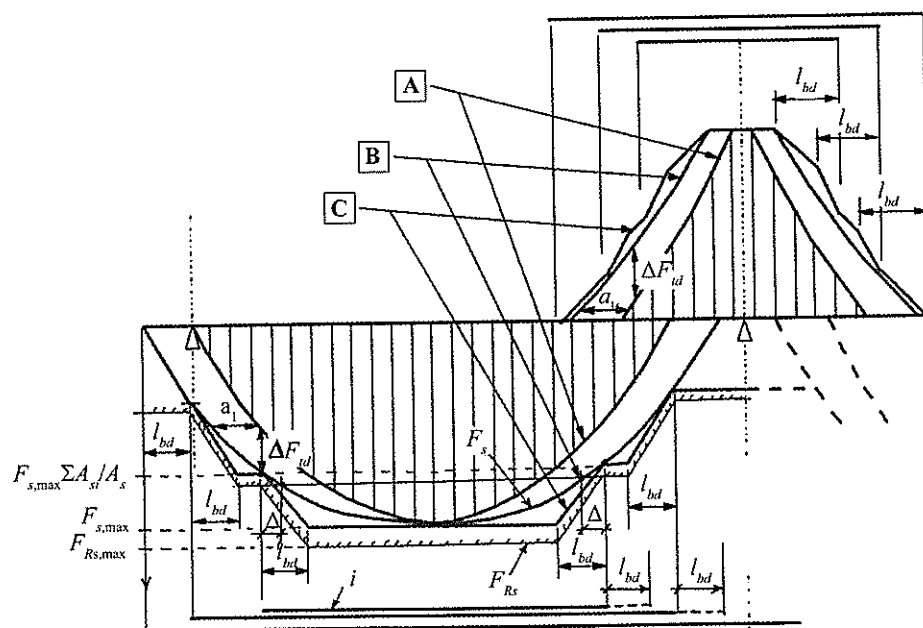
Ce décalage atteint sa valeur limite  $a_1 = (z \cot \theta)/2$ , lorsque l'espacement  $s_w$  tend vers zéro.



**Figure 11.** Poutre-console chargée uniformément : (a) modèle B-T treillis type (simplifié près des appuis) ; (b) efforts dans les aciers longitudinaux, décalage selon modèle B-T (treillis multiples)  $a_{1,max} = (z \cot \theta)/2 + s_w/2$ .

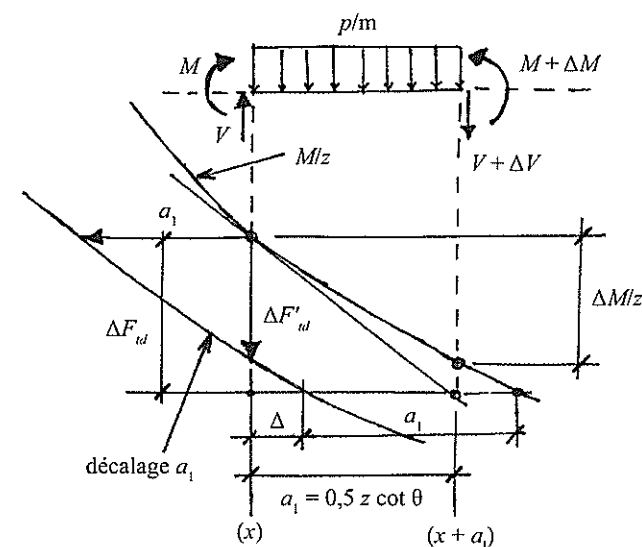
Le décalage donné par l'Eurocode 2,  $a_1 = (z \cot \theta)/2$  [clause 9.2.1.3(2)], ne tient pas compte du décalage supplémentaire  $\Delta = s_w/2$ , dû à la distribution discrète des armatures transversales d'âme (Fig. 11)  $a_{1,max} = (z \cot \theta)/2 + s_w/2$ .

**Remarque 1.** Un décalage supplémentaire implicite  $\Delta$  est introduit lorsque le moment résistant  $M_{Rd,max}$  est supérieur au moment de calcul  $M_{Ed,max}$ . Les efforts résistants  $F_{Rs}$ , supérieurs aux efforts de calcul  $F_s$ , conduisent à un décalage amplifié :  $a_1 = (z \cot \theta)/2 + \Delta$  (Fig. 12). Toutefois, cet écart reste le plus souvent inférieur à la moitié de l'espacement entre les armatures d'âme associées ( $\Delta < s_w/2$ ) et ne correspond pas au décalage nécessaire, fixé par le modèle B-T.



**Figure 12.** Épure d'arrêt des armatures longitudinales (EC2, 9.2.1.3). Armatures d'âme droites, décalage théorique :  $a_1 = (z \cot \theta)/2$  et  $l_{bd}$  = longueur d'ancrage droit.  
Armatures inférieures avec décalage réel :  $a_1 = (z \cot \theta)/2 + \Delta$   
et arrêt théorique prolongé de  $l_{bd}$  à droite.

**Remarque 2.** L'accroissement d'effort  $\Delta M/z$  dans les armatures longitudinales (Fig. 12 et 13) correspondant au décalage théorique  $a_1 = (z \cot \theta)/2$  est donné par la relation  $\Delta M/z = V_{Ed} a_1/z - (p a_1^2)/2z = F'_{td}$ .  
Cette valeur est inférieure à celle donnée dans la clause 6.2.3 (7)  
où :  $\Delta F_{td} = 0,5 V_{Ed} \cot \theta = V_{Ed} a_1/z > F'_{td}$ .  
Cela revient à considérer une augmentation du décalage :  $a_1 + \Delta$  (Fig. 13).



**Figure 13.** Accroissement de l'effort  $\Delta F_{td}$  et  $\Delta F'_{td} = \Delta M/z$  dans les armatures longitudinales correspondant au décalage limite  $a_1 = (z \cot \theta)/2$ .

**N.B.** La clause 9.2.1.3 (3) de l'Eurocode 2, par sécurité, permet de négliger la contribution de la résistance des armatures sur leur longueur d'ancrage. Cette alternative revient à prolonger l'arrêt des armatures longitudinales (décalé de  $a_1 = 0,5 z \cot \theta$ ) de la longueur d'ancrage  $l_{bd}$  (Fig. 12, armatures inférieures à droite). Ce décalage supplémentaire,  $\Delta = l_{bd}$ , place en effet en sécurité, mais couvre trop largement la valeur strictement nécessaire :  $s_w/2$ .

### 1.2.2. Régions de discontinuité

La distribution de l'effort tranchant équilibré par les armatures d'âme est analysée à l'aide des modèles B-T, en considérant la présence des charges voisines d'un appui, puis la contribution de la membrure comprimée inclinée à l'about.

#### a) Prise en compte des charges voisines d'un appui (Fig. 14 et 15)

Les charges voisines d'un appui (de rive ou intermédiaire) peuvent être prises en compte (Fig. 14) en considérant un effort résultant  $F$  d'un treillis simple ( $F = pz \cot \theta$ ), situé à une distance  $a$  ( $a = z \cot \theta/2 < 2z$ ), pour lequel deux modèles B-T combinés interviennent (cf. § 1.1.1b). L'effort de traction supplémentaire  $F'_w$  équilibré par les armatures d'âme au voisinage de cet appui est pris égal à :

$$F'_w = F [(2a/z) - 1]/3$$

soit encore, au voisinage de l'appui, une réduction de l'effort tranchant  $\Delta V$  correspondant à la valeur de  $V$  à l'abscisse  $\delta$ , telle que :

$$\Delta V = \delta p$$

avec  $\delta p = F - F'_w$ .

Il vient  $\delta = z \cot \theta (4 - \cot \theta)/3$ , soit :

$$\begin{aligned} \text{pour } \cot \theta = 1 \quad \delta &= 1,33 z^{(*)} \\ \cot \theta = 1,5 \quad \delta &= 1,25 z \\ \cot \theta = 2 \quad \delta &= 1,33 z \\ \cot \theta = 2,5 \quad \delta &= 1,25 z \end{aligned}$$

\* Pour  $\cot \theta = 1$ , les deux premières charges  $F = pz$ , près de l'appui, sont à prendre en compte. La première charge  $pz$ , située à  $a = z/2$ , conduit à un effort  $F'_w = 0$ , et la seconde charge  $pz$ , située à  $a = 3z/2$ , conduit à un effort  $F'_w = 2pz/3$ . Ainsi, la diminution de l'effort tranchant au voisinage de l'appui  $\Delta V = \delta p = 2pz - 2pz/3 = 4pz/3$ , soit  $= 4z/3 = 1,33 z$ .

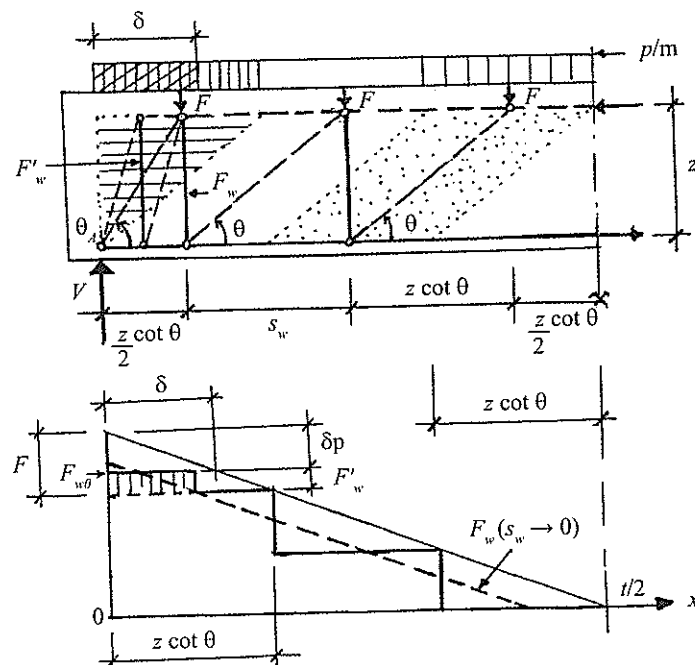


Figure 14. Modèle B-T avec charges voisines d'un appui (treillis simple) et distribution de l'effort tranchant équilibré par les armatures d'âme.

La réduction d'effort tranchant est minimale pour  $\Delta V_{\min}$ , soit :

$$\begin{aligned} \delta_{\min} &= 1,25 z \text{ (modèle B-T)} ; \\ \delta_{\min} &= 1,125 d \text{ (par rapport à l'axe de l'appui)} ; \\ \text{et } \delta_{\min} &\neq d \text{ (par rapport au nu de l'appui).} \end{aligned}$$

Ce dernier résultat est conforme à la clause 6.2.1(8) de l'EC2 où l'effort équilibré par les armatures d'âme correspond à l'effort tranchant réduit agissant dans la section située à la distance  $d$  du nu de l'appui.

**Remarque.** Il est possible de trouver ce résultat en considérant les montants de *treillis multiples* (Fig. 15) avec une densité continue des armatures transversales ( $s_w \rightarrow 0$ ).

En intégrant la réduction des charges élémentaires en fonction de leur distance par rapport à l'appui, la diminution de l'effort tranchant  $\Delta V = \delta p$ , vaut :

$$\Delta V = p [z/2 + (3z/2)/2] = 5 pz/4$$

d'où la valeur limite  $\delta = 1,25 z$  (modèle B-T).

Soit l'effort tranchant réduit  $V_{Ed,red} = V_A - 1,25 zp (= V_{w0})$  équilibré par les armatures d'âme et la bielle au voisinage de l'appui.

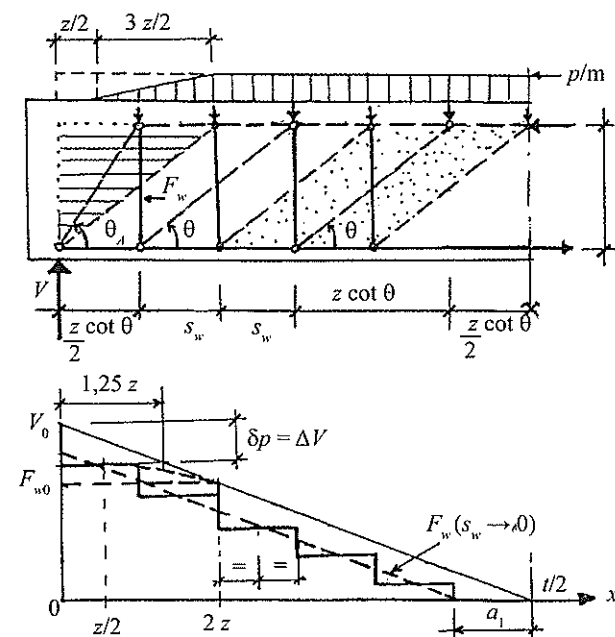


Figure 15. Modèle B-T avec charges près d'un appui (treillis multiples) et distribution de l'effort tranchant équilibré par les armatures d'âme (montants équilibrant l'effort  $F'_w$  non représentés).

**N.B.** L'inclinaison  $\theta^*_A$  de la bielle résultante d'appui est peu affectée par l'intervention de la bielle inclinée transmettant l'effort  $F'_w$  à l'appui (Fig. 14, où  $F'_w \ll V_0$ ). Sa contribution (avec  $\theta^*_A > \theta_A$ ) venant réduire les efforts dans la bielle et dans les armatures longitudinales à l'appui, il est possible de conserver l'inclinaison  $\theta_A$  dans les justifications de la bielle, du nœud et des armatures.

b) Contribution de la membrure comprimée inclinée à l'about (Fig. 16)

Comme dans le cas d'une charge ponctuelle (cf. § 1.1.1a), la membrure comprimée inclinée à l'about d'une poutre peut contribuer à réduire la valeur de l'effort tranchant  $V_{w0}$  équilibré par les armatures d'âme au voisinage de l'appui (sans les charges voisines de l'about), mais aussi à augmenter les efforts dans le nœud et les armatures longitudinales à l'appui.

L'effort réduit  $F_{w0}$  (Fig. 16), équilibré par les armatures d'âme voisines de l'appui (sur la longueur élémentaire  $l = z \cot \theta$ ), est déterminé à partir de l'effort tranchant  $V_{w0}$  (sans considérer les charges près de l'appui :  $F = pz \cot \theta$ ) :

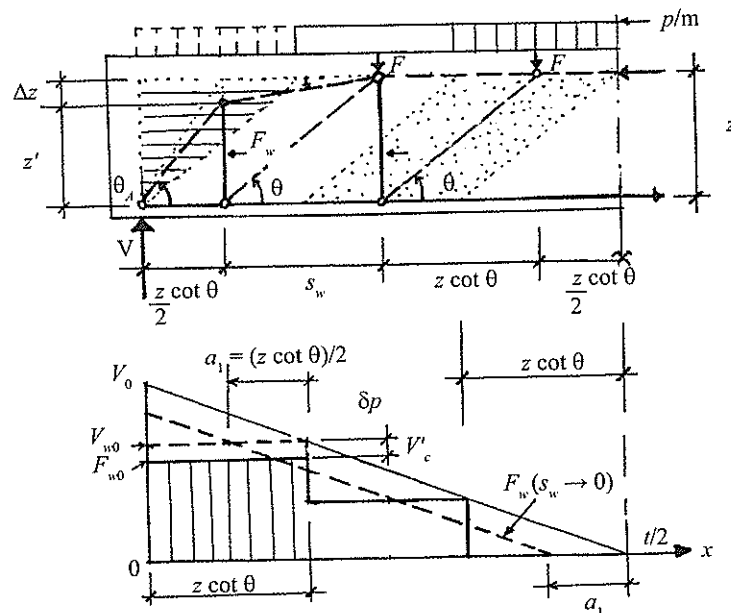
$$F_{w0} = V_{w0} - V'_c$$

avec  $V_{w0} = V_0 - F$  et  $V_0 = V_{(x=0)}$ .

**Remarque.** La part de l'effort tranchant équilibrée par la membrure inclinée (cf. § 1.1.1a) venant en réduction de l'effort déterminé précédemment (avec les charges voisines de l'appui) pour le dimensionnement des armatures transversales dépend du rapport  $z/z$  adopté :

soient  $V_c/V_{w0} = 1/8$  pour  $z/z = 1/5$  ;

$$V_c/V_{w0} = 1/4 \quad \text{pour } z/z = 1/3.$$



**Figure 16.** Modèle B-T (sans charges voisines de l'about) et distribution de l'effort tranchant équilibré par les armatures d'âme : contribution de la membrure comprimée inclinée (treillis simple).

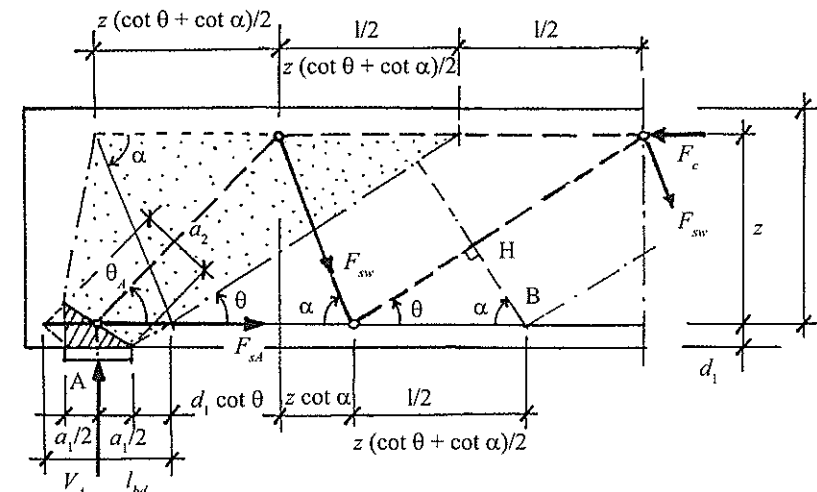
## 2. JUSTIFICATION DES TIRANTS, BIELLES ET NŒUDS : POUTRE CONTINUE

### 2.1. Modélisation B-T affinée au voisinage des appuis

Dans le cas général des poutres avec des armatures transversales inclinées d'un angle  $\alpha$ , la modélisation au voisinage d'un *appui de rive* est obtenue de manière affinée (Fig. 17), en supposant une fissuration d'inclinaison  $\theta$  au droit de l'appui et une longueur élémentaire :

$$l = z (\cot \theta + \cot \alpha)$$

avec  $\alpha \leq 90^\circ$  et  $1 \leq \cot \theta \leq 2,5$  [clause 6.2.3 (2)].



**Figure 17.** Modèle B-T affiné : nœud et bielle d'appui de rive (zone non fissurée) ;  
 bielle au voisinage de l'appui (région de continuité)  
 avec  $\cot \theta_A = (a_1/2z) + [(d_1/z) + 1/2] \cot \theta - (\cot \alpha)/2$ .

L'angle d'inclinaison  $\theta_A$  de la bielle d'appui, transmettant l'effort tranchant de calcul  $V_A = V_{Ed}$  à l'appui A, est donné par la relation :

$$\cot \theta_A = 1/z [(a/2) + (d_1 \cot \theta) - z (\cot \alpha) + z (\cot \theta + \cot \alpha)/2]$$

$$\cot \theta_A = (a_1/2z) + [(d_1/z) + 1/2] \cot \theta - (\cot \alpha)/2$$

Avec des armatures droites, il vient :

$$\cot \theta_A = (a_1/2z) + [(d_1/z) + 1/2] \cot \theta$$

Pour un *appui intermédiaire* d'une poutre continue munie d'armatures d'âme droites, la modélisation affinée permet, de même, de définir les inclinaisons des bielles  $\theta_{Aw}$  et  $\theta_{Ar}$  à l'appui (Fig. 18) :

— à gauche de l'appui :  $\cot \theta_{Aw} = (a_{1w}/2z) + [(x/2z) + 1/2] \cot \theta_w$  ;

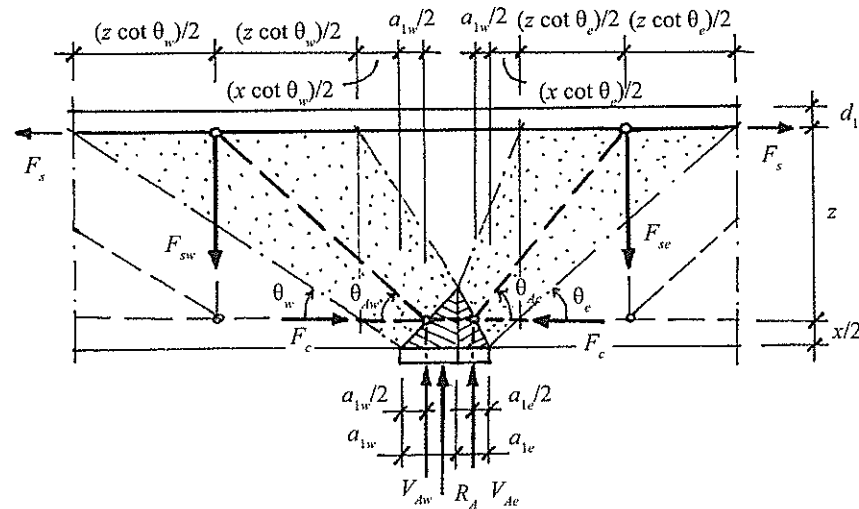


– et à droite de l'appui :  $\cot \theta_{Ae} = (a_{1e}/2z) + [(x/2z) + 1/2] \cot \theta_e$

où  $a_{1w} = (a_{1w} + a_{1e}) V_{Aw} / (V_{Aw} + V_{Ae})$

$a_{1e} = (a_{1w} + a_{1e}) V_{Ae} / (V_{Aw} + V_{Ae})$

avec  $V_{Aw}$  et  $V_{Ae}$ , les efforts tranchants de calcul (en valeurs absolues) transmis, respectivement, à gauche et à droite de l'appui intermédiaire.



**Figure 18.** Modèle B-T affiné : nœud et bielles d'appui intermédiaire (zone fissurée) en présence d'armatures d'âme droites, avec  $\cot \theta_{Aw} = (a_{1w}/2z) + [(x/2z) + 1/2] \cot \theta_w$  et  $\cot \theta_{Ae} = (a_{1e}/2z) + [(x/2z) + 1/2] \cot \theta_e$ .

## 2.2. Vérification des contraintes dans les nœuds d'appui [clause 6.5.4]

### 2.2.1. Nœud sur appui de rive

Le nœud d'about est en compression-traction avec un tirant ancré dans une direction (Fig. 17) :

$$\sigma_{Rd,1} \text{ et } \sigma_{Rd,2} \leq \sigma_{Rd, \max} \text{ [clause 6.5.4 (4) b]}$$

$$\sigma_{Rd, \max} = k_2 v' f_{cd} \quad v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250}$$

où  $k_2 = 0,85$  (valeur recommandée)

avec  $\sigma_{Rd,1} = V_A / b_w a_1$  et  $\sigma_{Rd,2} = V_A / \sin \theta_A b_w a_2$

où  $b_w$  = la largeur de l'âme, et  $a_2 = 2 d_1 \cos \theta_A + a_1 \sin \theta_A$ .

Cette valeur de calcul peut être augmentée jusqu'à 10 % si le nœud est confiné par la présence d'armatures transversales sur appui, ou si les armatures longitudinales ancrées à l'appui sont disposées sur au moins deux lits [clause 6.5.4 (5)].

### 2.2.2. Nœud sur appui intermédiaire

Le nœud intermédiaire est en compression sans tirant ancré (Fig. 18) :

$$\text{Max } [\sigma_{Rd,1} ; \sigma_{Rd,2w} ; \sigma_{Rd,2e}] \leq \sigma_{Rd, \max}$$

avec  $\sigma_{Rd, \max} = k_1 v' f_{cd}$  où  $k_1 = 1$  [clause 6.5.4 (4) a]

$\sigma_{Rd,1} = (V_{Aw} + V_{Ae}) / b_w a_1$  avec  $a_1 = (a_{1w} + a_{1e})$

$\sigma_{Rd,2w} = V_{Aw} / \sin \theta_{Aw} b_w a_{2w}$  et  $\sigma_{Rd,2e} = V_{Ae} / \sin \theta_{Ae} b_w a_{2e}$

où  $a_{2w} = x \cos \theta_{Aw} + a_{1w} \sin \theta_{Aw}$  et  $a_{2e} = x \cos \theta_{Ae} + a_{1e} \sin \theta_{Ae}$

De même, la contrainte  $\sigma_{c0}$  dans la bielle horizontale soumise à l'effort  $F_{c0}$  (Fig. 18) doit vérifier :

$$\sigma_{c0} = F_{c0} / (b_w x) \leq \sigma_{Rd, \max}$$

avec  $F_{c0} = F_{s0}$  où  $F_{s0}$  = effort dans le tirant supérieur au droit de l'appui, soit :

$F_{s0} = M_{Ed0} / z$  et  $M_{Ed0}$  = moment de calcul sur appui (cf. Fig. 11).

La valeur de calcul  $\sigma_{Rd, \max}$  peut être augmentée jusqu'à 10 % si le nœud est confiné par la présence d'armatures transversales sur appui [clause 6.5.4 (5)].

**N.B.** La vérification de la résistance des nœuds permet de justifier *a fortiori* la résistance des bielles d'appui (cf. § 2.3.1).

## 2.3. Vérification des contraintes dans les bielles

### 2.3.1. Bielles d'appui

Les bielles d'appui de rive sont en zone de compression *non fissurée*, sans contrainte transversale (Fig. 17) :

$$\sigma'_{Rd,2} \leq \sigma_{Rd, \max}$$

avec  $\sigma_{Rd, \max} = f_{cd}$  [clause 6.5.2 (1)] et  $\sigma'_{Rd,2}$  = contrainte moyenne dans la zone de compression.

**N.B.** Cette vérification n'est pas nécessaire si la justification du nœud d'appui est satisfaite. En effet, la contrainte des bielles d'appui :  $\sigma'_{Rd,2} < 0,85 \cdot v' \cdot f_{cd} < \sigma_{Rd, \max}$  avec :  $v' < 1$ .

Les bielles d'appui intermédiaire sont en zone comprimée *fissurée* (Fig. 18) :

$$\sigma'_{Rd,2} \leq \sigma_{Rd, \max}$$

avec  $\sigma_{Rd, \max} = 0,6 v' f_{cd}$  [clause 6.5.2 (2)].

### 2.3.2. Bielles au voisinage de l'appui (Fig. 17)

Dans les régions de continuité, les bielles courantes au voisinage de l'appui sont en zone de compression fissurée, avec la présence d'armatures transversales :

$$\sigma'_{Rd,2} \leq \sigma_{Rd, \max}$$

avec  $\sigma_{Rd, \max} = 0,6 v' f_{cd}$  [clause 6.5.2 (2)]

où  $\sigma'_{Rd,2}$  = contrainte moyenne dans la zone de compression de la bielle d'inclinaison  $\theta$  soumise à un effort  $F_{c0} = V_{Ed}/\sin \theta$ , pour une longueur élémentaire du treillis  $l = z (\cot \theta + \cot \alpha)$ , avec une largeur  $2 HB$ , où  $2 HB = z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \theta$  soit  $\sigma'_{Rd,2} = V_{Ed}/\sin \theta [b_w z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \theta]$

ou  $\sigma'_{Rd,2} = V_{Ed}/[b_w z (\cot \theta + \cot \alpha)/(1 + \cot^2 \theta)]$ .

**N.B.**  $V_{Ed} = V_A$  pour une poutre sous charges concentrées ( $V_{Ed} = Cte$ ).

$V_{Ed} = V_A - 1,25 z p_{Ed}$  ( $= V_{Ed,red}$ ) pour une poutre sous charge uniforme  $p_{Ed}/m$  (cf. Remarque § 1.2.2a), et non l'effort tranchant à l'appui ( $V_{Ed} = V_{Ed,max}$ ) comme le stipule la clause 6.2.1(8) de l'EC2.

**Remarque.** En posant  $\sigma'_{Rd,2} = \sigma_{Rd, \max} = 0,6 v' f_{cd}$ , il vient :

$$V_{Ed} = V_{Rd,max} = 0,6 v' f_{cd} b_w z (\cot \theta + \cot \alpha)/(1 + \cot^2 \theta)$$

Soit l'expression (6.14) de la clause 6.2.3 (4) de l'EC2 donnant la valeur de l'effort tranchant résistant correspondant au béton de l'âme :

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} v_1 f_{cd} b_w z (\cot \theta + \cot \alpha)/(1 + \cot^2 \theta) ;$$

où  $\alpha_{cw} = 1$  (poutre non précontrainte) et  $v_1 = v = 0,6 v'$ .

De même :  $V_{Rd,max} = 0,6 v' f_{cd} b_w z/(\cot \theta + \tan \theta)$ , lorsque  $\alpha = 90^\circ$ .

## 2.4. Détermination des armatures

### 2.4.1. Armatures d'âme

#### 2.4.1.1. Armatures au voisinage de l'appui

Les armatures transversales inclinées d'un angle  $\alpha$  sont définies, en l'absence d'une contribution de la membrure comprimée inclinée, à partir de la valeur de l'effort tranchant de calcul  $V_{Ed}$  agissant au voisinage de l'appui.

Soit l'effort de traction sollicitant les armatures d'âme  $F_{Esw} = V_{Ed}/\sin \alpha$  et l'effort de traction résistant équilibré par les armatures d'âme sur la longueur élémentaire du treillis  $l = z (\cot \theta + \cot \alpha)$  :

$$F_{Rsw} = A_{sw} f_{ywd} z (\cot \theta + \cot \alpha)/s_0 \geq V_{Ed}/\sin \alpha$$

avec :

$A_{sw}$  = section d'un cours d'armatures d'âme ;

$s_0$  = espacement initial des armatures d'âme au voisinage de l'appui ;

$f_{ywd}$  = contrainte limite de calcul des armatures d'âme ;

$V_{Ed} = V_A$  = effort tranchant à l'appui sous charges concentrées

ou, sous charge uniforme  $p/m$ , l'effort tranchant réduit (cf. Fig. 14) :

$$V_{Ed} = V_{Ed,red} = V_A - 1,25 z p_{Ed}$$

D'où, la densité d'armatures par unité de longueur au voisinage de l'appui :

$$A_{sw}/s_0 \geq V_{Ed}/[f_{ywd} z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha]$$

#### 2.4.1.2. Armatures sections courantes

La distribution des espacements  $s$ , le long de la poutre, est fonction de l'évolution de l'effort tranchant de calcul  $V_{Ed,s}$ . Elle peut être définie graphiquement en s'appuyant sur le modèle des treillis multiples (cf. Fig. 15), avec un décalage moyen, vers les appuis, de la courbe de l'effort tranchant de calcul :  $a_1 = (z \cot \theta - \cot \alpha)/2$ , avec un effort tranchant résistant équilibré par les armatures d'âme :

$$V_{Rd,s} = (A_{sw}/s) z f_{ywd} (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha \geq V_{Ed,s}$$

**N.B.** Cette relation est identique à l'expression (6.13) de la clause 6.2.3 (4) de l'EC2 donnant la valeur de l'effort tranchant résistant correspondant aux armatures de l'âme.

**Remarque 1.** Il est possible d'utiliser la méthode pratique de distribution des armatures transversales proposée par H. Thonier [3] en prenant en référence, non la courbe d'évolution de l'effort tranchant, mais celle obtenue après décalage moyen  $a_1 = (z \cot \theta - \cot \alpha)/2$ , vers les appuis.

**Remarque 2.** La distribution forfaitaire selon la méthode de Caquot est applicable lorsqu'une économie des aciers n'est pas recherchée.

**Remarque 3.** L'Eurocode 2 fixe des dispositions minimales pour les armatures transversales des poutres [clause 9.2.2] :

a) *taux minimal d'armatures d'âme* [clause 9.2.2(5)] :

$$V_{Rd,min} = (A_{sw}/s)_{\min} z f_{ywd} \cot \theta$$

avec  $(A_{sw}/s)_{\min} = \rho_{w,min} b_w$  et  $\rho_{w,min} = (0,08 \sqrt{f_{ck}})/f_{yk}$  ;

b) *espacement maximal*

$$s_{l,max} = 0,75 d (1 + \cot \alpha) \text{ [clause 9.2.2(6)]}.$$

**Remarque 4.** Pour une charge concentrée près de l'appui, il convient de placer des armatures complémentaires pour équilibrer les efforts de traction engendrés par le fendage de la bielle de transmission de la charge à l'appui, ou par l'existence d'une charge au droit de l'appui (cf. § 1.1.1b, Remarque 3).

### 2.4.2. Armatures longitudinales tendues

#### 2.4.2.1. Section minimale d'armatures à l'appui

L'effort de traction  $F_{sA}$  équilibrant la bielle d'appui vaut  $F_{sA} = V_A/\tan \theta_A$ , d'où la section minimale à l'appui :  $A_{s,min} = F_{sA}/f_{yd}$ .

### 2.4.2.2. Arrêt des armatures longitudinales

La méthode B-T permet d'utiliser l'épure d'arrêt des armatures longitudinales de la clause 9.2.1.3 (2) [EC2(a)] fixant un décalage  $a_1 = z (\cot \theta - \cot \alpha)/2$  (Fig. 12), avec la prise en compte d'un décalage supplémentaire  $\Delta = s/2$ , dû à la distribution discrète des armatures transversales d'âme (cf. Fig. 7 et 11).

**N.B.** Une alternative de la clause 9.2.1.3 (3) [EC2(b)] conduit à prolonger les armatures longitudinales décalées de  $a_1$  de leur longueur d'ancrage  $l_{bd}$ .

**Remarque.** Une optimisation du modèle peut être obtenue en déterminant l'inclinaison  $\theta_0$  des bielles courantes qui minimise le coût global des armatures transversales et longitudinales.

## 3. APPLICATION : POUTRE SOUS CHARGE UNIFORME

Soit une poutre en béton armé, réalisée sans reprise de bétonnage, à une travée de 10 mètres de portée entre nus d'appui (Fig. 19) étudiée sous l'effet de l'effort tranchant [5].

- Actions uniformément réparties :  
 $g = 13,83 \text{ kN/m}$  (charges permanentes et poids propre) ;  
 $q = 26,6 \text{ kN/m}$  (charges d'exploitation).

- Matériaux :  
 béton =  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$  ;  
 acier =  $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$ .

- Géométrie :  
 $h = 0,85 \text{ m}$  ;  $d = 0,80 \text{ m}$  ;  $b_w = 0,22 \text{ m}$  ;  $l = 10 \text{ m}$  ;  
 $d_1 = 0,05 \text{ m}$  ;  $a_1 = t = 0,30 \text{ m}$ .

- Armatures longitudinales :  
 – 1<sup>er</sup> lit inférieur 2 HA 32 (à l'appui) ;  
 – 2<sup>e</sup> lit inférieur 2 HA 25 ;  
 – 3<sup>e</sup> lit inférieur 2 HA 25.

### 3.1. Sollicitations d'effort tranchant à l'ELU (Fig. 19)

Effort tranchant maximal à l'appui :

$$V_A = V_{Ed, \max} = p_{Ed} l_{eff} / 2 = 301,6 \text{ kN} \approx 0,302 \text{ MN}$$

où

$$p_{Ed} = 1,35g + 1,5q = 58,57 \text{ kN/m} \approx 0,0586 \text{ MN/m}$$

$$l_{eff} = l + t/2 = 10,30 \text{ m}.$$

Effort tranchant réduit à l'abscisse  $\delta = 1,25 z$  (modèle B-T) :

$$V_{Ed, \text{red}} = V_{Ed, \max} - 1,25 p_{Ed} = 248,88 \text{ kN} \approx 0,249 \text{ MN}$$

Effort tranchant minimal à mi-portée :

– sous charges permanentes  $V_{Ed} = 0$  ;

– sous charges d'exploitation  $V_{Ed, \min} = 1,5 q l_{eff} / 8 = 51,4 \text{ kN}$ .

**Remarque.** La clause 6.2.1(8) de l'EC2 admet de prendre pour le calcul des armatures d'effort tranchant  $V_{Ed, \text{red}} = V_{Ed, \max} - (d + t/2) p_{Ed} = 0,246 \text{ MN}$ , valeur voisine de celle issue du modèle B-T (réduction de 1 %).

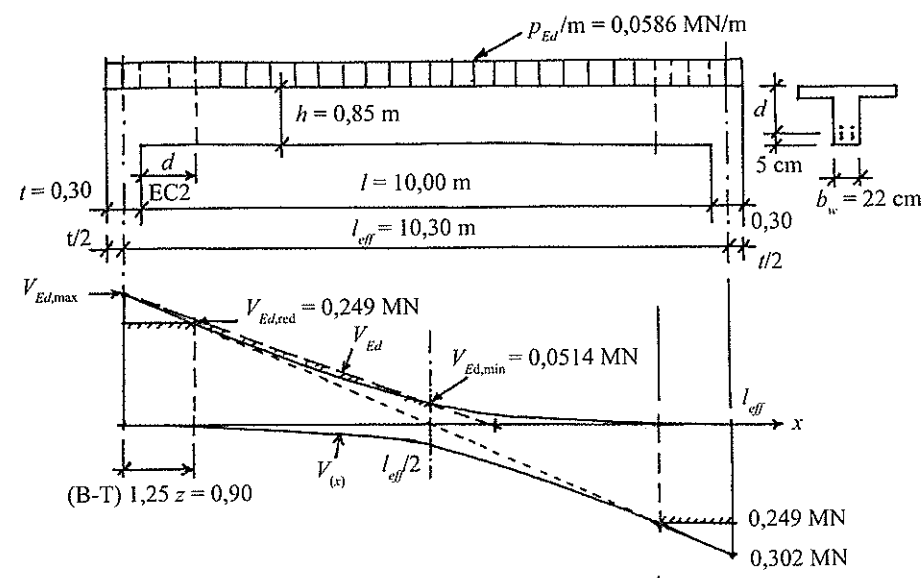


Figure 19. Poutre chargée uniformément [5] : distribution de l'effort tranchant de calcul  $V_{Ed}$  (ELU).

### 3.2. Vérification des contraintes dans le nœud d'appui

Le nœud d'appui est en compression-traction avec un tirant ancré dans une direction (Fig. 20) :

$$\sigma_{Rd, \max} = 0,85 v' f_{cd}$$

où :

$$v' = 1 - f_{ck}/250 = 0,9 \text{ [clause 6.5.4 (4) b] ;}$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} f_{ck} / \gamma_c = 25 / 1,5 = 16,67 \text{ MPa ;}$$

$$\sigma_{Rd, \max} = 0,85 \cdot 0,9 \cdot 16,67 = 12,75 \text{ MPa.}$$

Soient les contraintes sur le nœud d'appui :



$$V_{Rd,si} = (A_s / s_i) z f_{ywd} \cot \theta \geq V_{Ed,si}$$

avec un décalage moyen  $a_1 = (z \cot \theta) / 2 = 0,90$  m.

**N.B.** Une répartition forfaitaire des espacements de type « Caquot » peut être utilisée, au-delà de la section d'abscisse  $1,25 z = 0,90$  m (cf. Fig. 21).

Avec  $n$  = nombre de répétition de l'espacement,  $s_i$  = entier le plus voisin de  $l_0$  :

$$l_0 = l_0' - 1,25 z$$

$$\text{où } l_0' = (l_{eff}/2) V_{Ed,max} / (V_{Ed,max} - V_{Ed,min}) = 6,20 \text{ m}$$

$$l_0 = 6,20 - 0,90 = 5,30 \text{ m, d'où } n = 5.$$

**Dispositions minimales** à vérifier pour les armatures transversales des poutres (Fig. 21) :

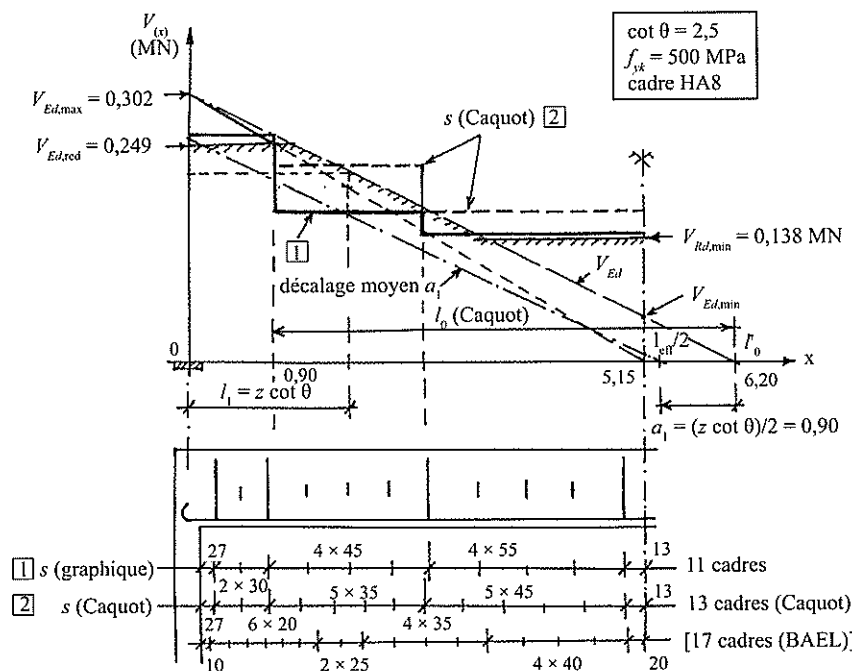
a) **taux minimal d'armatures d'âme** [clause 9.2.2(5)] :

$$V_{Rd,min} = (A_{sw}/s)_{min} z f_{ywd} \cot \theta = 0,138 \text{ MN} > V_{Ed,min}$$

avec  $(A_{sw}/s)_{min} = \rho_{w,min} b_w$

$$\text{et } \rho_{w,min} = (0,08 \sqrt{f_{ck}}) / f_{yk} = (0,08 \sqrt{25}) / 500 = 0,0008$$

soit  $V_{Rd}(s_{i,max}) = (A_{sw}/s_{i,max}) z f_{ywd} \cot \theta = 0,142 \text{ MN} > V_{Rd,min}$  avec  $s_{i,max} = 0,55$  m.



**Figure 21.** Distribution de l'effort tranchant résistant  $V_{Rd}$  et des espacements,  $s_i$ , des armatures transversales d'âme selon : 1) la méthode graphique ; 2) la méthode forfaitaire (Caquot), le BAEL [5].

b) **espacement maximal** :

$$s_{t,max} = 0,75 d \leq 600 \text{ mm}$$

avec  $\alpha = 90^\circ$  [clause 9.2.2(8)], soit  $s_{t,max} = 0,75 \cdot 0,80 = 0,60 \text{ m} > s_{i,max} = 0,55 \text{ m}$ .

**Remarque.** La répartition obtenue à partir de la modélisation B-T conduit à une économie d'armatures transversales par rapport aux règles françaises BAEL [5], de 35 % avec la méthode graphique, et de 23 % avec la méthode forfaitaire « Caquot » (cf. Fig. 21). En revanche, cette méthode augmente la longueur des armatures longitudinales (voir l'épure d'arrêt des barres) lorsque  $\cot \theta > 2$  ( $a_1 > z$ ).

### 3.4.2. Armatures longitudinales

#### 3.4.2.1. Section minimale à l'appui

La section minimale à l'appui vaut :

$$A_{s,min} = V_A / \tan \theta_A f_{yd} = 0,302 / (0,6123 \cdot 434,7) = 0,001135 \text{ m}^2 = 11,35 \text{ cm}^2$$

Soit, avec 2HA32 (1<sup>er</sup> lit inférieur),  $A_{sr} = 16,07 \text{ cm}^2 > A_{s,min}$ .

**N.B.** L'ancrage de ces armatures doit être vérifié à partir de la section d'abscisse :  $x = d_1 \cdot \cot \theta$  (cf. Fig. 20), et non au droit de l'appui.

#### 3.4.2.2. Arrêt des armatures longitudinales

L'épure d'arrêt des armatures longitudinales est déterminée selon la clause 9.2.1.3 de l'Eurocode 2 ( $M_{Rd,max} = M_{Ed,max}$ ) avec la prise en compte d'un décalage supplémentaire  $\Delta = s/2$ , conformément à la modélisation bielles et tirants (Fig. 22).

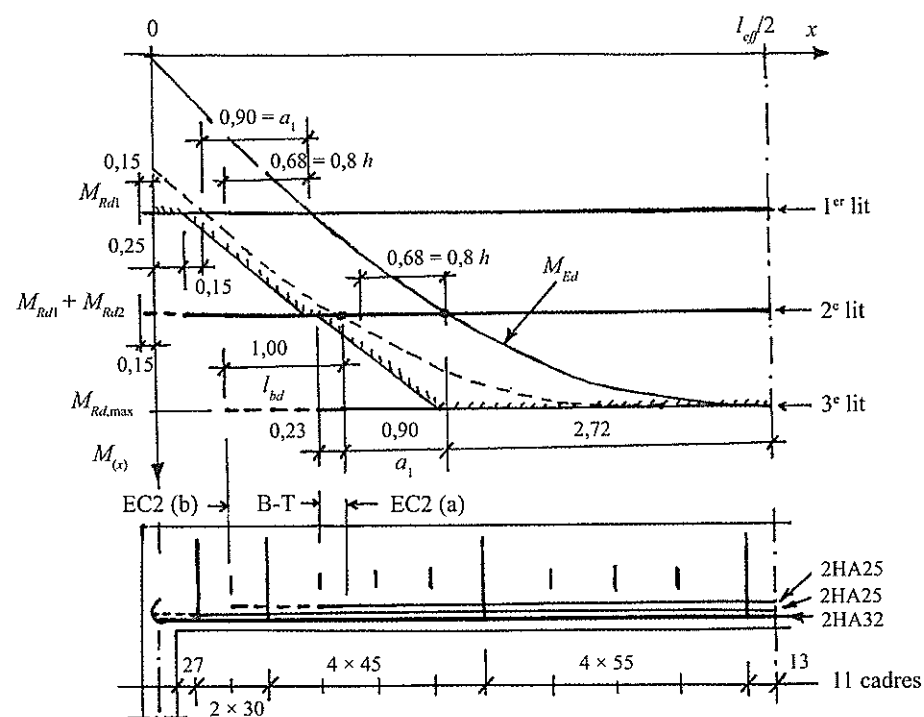
**N.B.** L'épure d'arrêt des armatures de la figure 22 porte les différentes valeurs du décalage  $a_1$  selon les règles considérées :

- la méthode B-T [B-T] :  $a_1 = (z \cot \theta) / 2 + s_w / 2$  ;
- la clause 9.2.1.3 (2) [EC2(a)] :  $a_1 = (z \cot \theta) / 2$  ;
- la clause 9.2.1.3 (3) [EC2(b)] :  $a_1 = (z \cot \theta) / 2 + l_{bd}$  ;
- les règles françaises [BAEL] :  $a_1 = 0,8 h$ .

La longueur d'ancrage des armatures HA 25 vaut  $l_{bd} = 1$  m.

**Remarque.** En considérant les armatures du 1<sup>er</sup> lit (2 HA 32) filantes jusqu'aux appuis, les armatures du 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> lits (4 HA 25) ont une longueur développée de 31,70 m [BAEL], 35 m [B-T], 33,50 m [EC2(a)], 39,55 m [EC2(b)]. Soit une augmentation par rapport au BAEL de 10 % [B-T], 6 % [EC2(a)], 25 % [EC2(b)].

**Globalement,** la masse équivalente au coût des armatures employées, en admettant un coût au kg des armatures transversales 2,5 fois supérieur à celui des armatures longitudinales, vaut 327,2 kg [BAEL], 314,4 kg [B-T], 308,5 kg [EC2(a)], 340,4 kg [EC2(b)]. Soit une diminution par rapport au BAEL de : - 4 % [B-T], - 5,5 % [EC2(a)] et une augmentation de + 4 % [EC2(b)].



**Figure 22.** Arrêt des armatures longitudinales tendues sur 3 lits, avec décalage :  
 $a_1 = (z \cot \theta) / 2 + s_w / 2$  [B-T],  $a_1 = (z \cot \theta) / 2$  [EC2(a)],  $a_1 = (z \cot \theta) / 2 + l_{bd}$  [EC2(b)]  
 et  $a_1 = 0,8 h$  [BAEL].

## CONCLUSION

La modélisation en bielles et tirants appliquée au calcul de l'âme des poutres fléchies permet de mieux interpréter les causes de l'Eurocode 2 vis-à-vis de l'effort tranchant et de rendre compte d'effets spécifiques non considérés dans ce code.

Ainsi, l'analyse des charges près des appuis (ponctuelles ou uniformes) effectuée selon cette méthode conduit à une réduction de l'effort tranchant équilibré par les armatures d'âme très voisine de celle donnée par l'EC2 (ou le BAEL).

Le modèle B-T met en évidence un angle d'inclinaison plus fort des bielles d'appui (régions de discontinuité) que celui des bielles courantes (régions de continuité). Cela autorise un dimensionnement réduit de la largeur d'appui.

La prise en compte d'une membrure comprimée inclinée permet une réduction des armatures d'âme au voisinage de l'about des poutres.

De plus, la méthode B-T apporte des précisions utiles pour certaines justifications :

- la vérification de la résistance du nœud d'appui justifie, *a fortiori*, celle de la bielle d'appui ;
- la vérification de l'effort tranchant résistant du béton de l'âme correspond à la justification de la bielle au voisinage de l'appui et non celle de la bielle d'appui. Pour une charge uniforme, il y a donc lieu d'introduire l'effort tranchant réduit et non l'effort tranchant maximal à l'appui [clause 6.2.1(8)].

Par ailleurs, la modélisation B-T met en défaut l'Eurocode 2 vis-à-vis de l'arrêt des armatures longitudinales tendues qui ne prend pas en compte le décalage supplémentaire dû à la distribution discrète des armatures d'âme [clause 9.2.1.3 (2)], ou qui permet de négliger, par sécurité, la contribution des armatures longitudinales sur leur longueur d'ancrage [clause 9.2.1.3 (3)].

Enfin, l'application de cette méthode pour une poutre isostatique courante montre qu'une réduction importante des cadres verticaux peut atteindre plus de 30 % par rapport au dimensionnement obtenu selon les règles BAEL. Toutefois, dans le cas d'armatures disposées sur plusieurs lits, ce résultat s'accompagne d'une augmentation corrélative des armatures longitudinales. Au total, dans cette poutre, le bénéfice pour l'ensemble des aciers est ramené à environ 5 % du coût des armatures dimensionnées selon les règles françaises. Il est possible de déterminer l'inclinaison  $\theta_0$  des bielles courantes qui rend minimal le coût global des armatures.

## Bibliographie

- [1] SCHLAICH J., SCHÄFER K. – "Design and detailing of structural concrete using strut and tie models". *The structural Engineer*, vol. 69, n° 6, 19 March 1991.
- [2] *Practical design of structural concrete* – FIP recommendations, septembre 1999.
- [3] THONIER H. – *Conception et calcul des structures de bâtiment*, Tome 4, Presses des Ponts et chaussées, 1996, p. 1452.
- [4] SCHLAICH J., SCHÄFER K. – „Konstruieren im stahlbetonbau“. *Beton Kalender*, Ernst Sohn, Berlin, 1998.
- [5] PERCHAT J., ROUX J. – *Pratique du BAEL 91*, chap.7, Eyrolles, 1993.